MATEMAATTISEN OSAAMISEN PIIRTEITÄ LUKIOKOULUTUKSEN LOPUSSA 2015

Jari Metsämuuronen & Laura Tuohilampi

KARVI

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus
Julkaisut 3:2017

JULKAISIJA Kansallinen koulutuksen arviointikeskus

KANSI JA ULKOASU Juha Juvonen (org.) & Sirpa Ropponen (edit)
TAITTO Juvenes Print

ISBN 978-952-206-339-7 (nid.)
ISBN 978-952-206-340-3 (pdf)

ISSN 2342-4176 (painettu)
ISSN 2342-4184 (verkkojulkaisu)
ISSN-L 2342-4176

PAINATUS Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy, Tampere

Tiivistelmä

Julkaisija
Kansallinen koulutuksen arviointikeskus Karvi

Julkaisun nimi
Matemaattisen osaamisen piirteitä lukiokoulutuksen lopussa 2015

Tekijät
Jari Metsämuuronen & Laura Tuohilampi

Raportissa selvitetään matemaattisen osaamistasoa ja siihen yhteydessä olevia tekijöitä lukiokoulutuksen lopussa. Samoja opiskelijoita on seurattu neljässä vaiheessa: perusopetuksen nivelvaiheissa 2. luokan jälkeen vuonna 2005, 5. luokan jälkeen vuonna 2008, 9. luokan lopussa vuonna 2012 ja lukiokoulutuksen lopussa vuonna 2015.

Lopulliseen kohdejoukkoon kuului 2 108 lukiolaista, joista 1 310 osallistui kokeeseen ja siihen liittyvään taustakyselyyn. Potentiaalisista vastaajista 798 (38 %) ei halunnut useista tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta osallistua tiedonkeruuseen. Opiskelijoista 2002:lta oli käytettävissä myös 9. luokan tulos ja 961 opiskelijalta ylioppilaskoetieto. Tiedonkeruuseen osallistuneet opiskelijat ovat olleet keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisessaan kuin pois jääneet. Kun siis kuvataan lukiokoulutuksen lopun tuloksia, on hyvä pitää mielessä, että ne antavat hieman liian positiivisen kuvan osaamistasosta. Aineisto sisältää kuitenkin varsin kattavan määrän lukiokoulutuksen loppuvaiheen opiskelijoita kaikilta osaamistasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä.

Osaamismittarin pohjana oli opiskelijoiden jo 9. luokalla suorittama koe. Tehtävistä 78 prosenttia otettiin suoraan tuosta kokeesta. Osa näistä tehtävistä oli ollut mukana jo 6. luokan kokeessa ja osa 3. luokan kokeessa. Uutena mukaan valittiin kaksi matematiikan lyhyen ja kaksi pitkän oppimäärän ylioppilaskoetehtävää. Tehtävien suorittamisen lisäksi opiskelijat vastasivat taustakyselyyn. Opiskelijoiden kurssimääristä ja -arvosanoista saatiin tieto oppilaitoksen rekisteristä myös niiltä, jotka eivät osallistuneet tiedonkeruuseen. Lisäaineistona käytettiin ylioppilaskokeen arvosanatietoa.

Kokonaisuutena arvioiden osaaminen lisääntyy lukio-opintojen aikana selvästi. Tästä lisääntymisestä suuri osuus selittyy pitkän oppimäärän kurssien vaikutuksella ja varsinkin pitkän ja lyhyen oppimäärän valinneiden opiskelijoiden välillä.

Pitkittäisaineiston näkökulmasta on ilmeistä, että matemaattisen osaamistason eriytyminen tapahtuu jo varhaisina kouluvuosina, mutta erityisen selkeästi eriytyminen ilmeni perusopetuksen yläluokilla 9. luokalle tultaessa ja siitä edelleen jatkuen lukiokoulutuksen loppuun. Minimi-

määrän kursseja suorittaneiden matematiikan osaamistaso pysyi 9. luokalla saavutetulla tasolla. Lukioissa valittujen matematiikan kurssien määrällä ja kursseilla saaduilla arvosanoilla voidaan pitkälti selittää lukio-opiskelijoiden erot. Minimikurssimäärillä saadaan juuri ja juuri säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamistaso, mutta yli 13 kurssia suorittaneiden ja opinnoissa vähintään arvosanan 8 (hyvä) saaneiden opiskelijoiden osaamistaso nousee selvästi – keskimäärin 84 PISA-asteikon yksikköä. Hyvään suoritukseen vaadittava osaaminen on hyvin erilaista pitkän ja lyhyen oppimäärän kursseilla. Opiskelija saa lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän suoritettuaan (6 kurssia) arvosanan 10 sellaisella osaamistasolla, joka vastaa pitkästä oppimäärästä (vähintään 12 kurssia) arvosanan 6–7 saaneiden opiskelijoiden osaamistasoa. Minimikurssimäärää enemmän kursseja suoritettuaan opiskelija saa arvosanan 10 sellaisella osaamistasolla, joka vastaa pitkästä oppimäärästä arvosanan 8 saaneiden osaamistasoa.

Miehet osaavat matematiikkaa merkitsevästi naisia paremmin lukiokoulutuksen lopussa. Naisten keskiosaaminen on lukiossa noin yhden vuoden miehiä jäljessä. Lukiokoulutuksen lopussa matematiikkaa parhaiten osaavista opiskelijoista (korkein kymmenys eli desiili) 35 % on naisia ja 65 % miehiä. Kaikissa taitotasoryhmissä naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkitsevästi ja merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja – lukuun ottamatta aivan parhaita opiskelijoita – heidän käsityksensä itsestään osaajina olivat matalampia kuin miesopiskelijoilla.

Eri kieliryhmissä on mahdollisuus saavuttaa sama matematiikan osaamistaso. Ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommasta lähtötasosta perusopetuksen 3. luokan alussa ja saavuttivat suomenkielisten tason 9. luokan loppuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään tutkituista ryhmistä.

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä tilastollisesti merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen lukiokoulutuksen lopussa. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto riippumatta heidän suorittamistaan ylioppilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä tuo noin puolentoista-kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen verrattuna opiskelijoihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ole ylioppilas. Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä kuitenkaan lisääntyvän enää lukio-opintojen aikana: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alaluokilla ja säilyy saman suuruisena läpi kouluvuosien.

Opettajan pedagogisista ratkaisuista keskeinen *osaamista* selittävä tekijä on se, kuinka usein opiskelijat kokevat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi. Syyn ja seurauksen määrittely on kuitenkin vaikeaa: opiskelijoiden osaamattomuus voi johtua siitä, että asiat eivät tule selviksi, mutta on myös mahdollista, että asiat eivät tule selviksi, koska osaamistaso on matala. Näyttää siltä, että parhaiden opiskelijoiden ryhmässä saadaan parhaita tuloksia opettajajohtoisesti, kun opetukseen yhdistyy mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti ja saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen. Parhaimpia tuloksia saaneissa lukioissa opiskeltavat asiat tulevat selväksi, opiskelijat tekevät annetut kotitehtävät sovitulla tavalla ja että opiskelijat neuvovat toisiaan useammin kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa.

Osaamisen *muutosta* ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Valtaosa osaamisen muutoksesta lukiokoulutuksen aikana näyttää selittyvän muilla tekijöillä. Oppilaitoksen selitysosuus sekä osaamisesta että osaamisen muutoksesta on 8–9 %:n luokkaa – samaa luokkaa kuin perusopetuksessa. Lukion koko ei selitä osaamisen vaihtelua.

Parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden lukioiden arviointilinjat ovat selvästi erilaiset. Samaan päättöarvosanaan vaaditaan selvästi enemmän osaamista parhaita tuloksia saavissa lukioissa kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä – noin kolmen arvosanan verran: tiukkaa arviointilinjaa noudattavan lukion arvosana 6 näyttää vastaavan heikosti menestyneessä lukiossa arvosanaa 9. Ero on suuri ja johtaa ilmeiseen epätasa-arvoon opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin, mikäli lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia.

Sammandrag

Utgivare
Nationella centret för utbildningsutvärdering (NCU)

Publikation
Matemaattisen osaamisen piirteitä lukiokoulutuksen lopussa 2015

Författare
Jari Metsämuuronen & Laura Tuohilampi

I rapporten redovisas de studerandes kunskapsnivå i matematik i slutet av gymnasieutbildningen och de faktorer som har samband med den. Det material som använts är det fjärde material som tagits fram utifrån data om samma studerande. Deras kunskaper i matematik har undersökts i övergångsskedena inom den grundläggande utbildningen: efter årskurs 2 år 2005, efter årskurs 5 år 2008, i slutet av årskurs 9 år 2012 och i slutet av yrkesutbildningen och gymnasieutbildningen år 2015.

Den slutliga målgruppen omfattade 2 108 gymnasieelever, av vilka 1 310 deltog i ett prov och i en bakgrundsenkät som hänförde sig till provet. Av de potentiella respondenterna ville 798 (38 %) trots flera erbjudna möjligheter inte delta i datainsamlingen. För 2 002 studerande fanns även resultatet i årskurs 9 tillgängligt och för 961 studerande fanns resultatet i studentskrivningarna tillgängligt. De studerande som deltog i datainsamlingen har i genomsnitt varit lite mer motiverade och framgångsrika i matematik än de som inte deltog. Det finns således skäl att beakta att de redovisade resultaten i slutet av gymnasieutbildningen ger en lite för positiv bild av kunskapsnivån. Materialet innehåller dock en stor del av de studerande i slutskedet av gymnasieutbildningen, och de studerande finns på alla kunskapsnivåer samt från olika delar av landet, olika kommuntyper och språkgrupper.

Som utgångsmått på kunskaperna användes ett prov som de studerande utförde redan i årskurs 9. Av uppgifterna togs 78 procent direkt från detta prov. En del av dessa uppgifter fanns med redan i provet i årskurs 6 och en del i provet i årskurs 3. I provet inkluderades fyra nya uppgifter: två uppgifter från studentexamensprovet i kort lärokurs och två uppgifter från provet i lång lärokurs i matematik. Förutom att de studerande utförde uppgifterna svarade de också på frågor i en bakgrundsenkät. Information om de studerandes kursantal och vitsord erhölls från läroanstaltens register, även för dem som inte hade deltagit i datainsamlingen. Som tilläggsmaterial användes data om vitsorden i studentskrivningarna.

Sammantaget ökar kunskaperna under gymnasiestudierna klart. En stor del av denna ökning står kurserna i lång lärokurs för. Det finns tydliga skillnader i kunskaper mellan dem som läser lång och dem som läser kort lärokurs.

Det longitudinella materialet visar att skillnaderna i nivån på kunskaperna i matematik uppkommer redan under de tidiga skolåren, men särskilt tydliga är skillnaderna när eleverna börjar i årskurs 9 inom den grundläggande utbildningen och de finns fortfarande kvar i slutet av gymnasieutbildningen. De som läste minimiantalet kurser behöll den nivå på kunskaperna i matematik som de hade i årskurs 9. Antalet kurser som de studerande valt i gymnasiet och de kursvitsord de fått förklarar till stor del skillnaderna mellan de studerande. Med minimiantalet kurser kan de nätt och jämnt behålla den kunskapsnivå de hade i årskurs 9, men kunskapsnivån för dem som avlagt över 13 kurser och fått minst vitsordet 8 (goda) i studierna stiger klart – i genomsnitt med 84 enheter på PISA-skalan. Skillnaden är stor mellan det kunnande som krävs för god prestation på kurserna i lång lärokurs och det som krävs på kurserna i kort lärokurs. En studerande som har fått vitsordet 10 efter att ha avlagt minimiantalet kurser i den korta lärokursen (6 kurser) har en kunskapsnivå som motsvarar den hos en studerande som fått vitsordet 6–7 efter avlagd lång lärokurs. Den som har fått vitsordet 10 efter att ha avlagt mer än minimiantalet kurser har en kunskapsnivå som motsvarar den hos en studerande som fått vitsordet 8 efter avlagd lång lärokurs.

De manliga studerande behärskar matematik bättre än de kvinnliga i slutet av gymnasieutbildningen, och skillnaden är signifikant. I gymnasiet har de kvinnliga studerande i genomsnitt en kunskapsnivå som betyder att de ligger cirka ett år efter de manliga. Av de studerande som behärskade matematik bäst (den högsta tiondelen, dvs. decilen) i slutet av gymnasieutbildningen var 35 % kvinnor och 65 % män. I alla kunskapsnivågrupper hade de kvinnliga studerande under studierna betydligt mer negativa känslor än de manliga studerande, och skillnaden var signifikant. Dessutom var deras självuppfattning i fråga om matematik lägre än männens, vilket dock inte gällde de allra bästa studerandena.

I de olika språkgrupperna är det möjligt att nå samma kunskapsnivå i matematik. De svenskspråkiga studerande nådde de finskspråkigas nivå från en betydligt sämre utgångspunkt, och de nådde de finskspråkigas nivå senast i början av årskurs 9 – därefter finns inga skillnader mellan de undersökta grupperna.

Det finns ett signifikant samband mellan föräldrarnas gymnasieutbildning och bättre prestation i matematik i slutet av gymnasieutbildningen. Om båda föräldrarna avlagt studentexamen ger det den studerande en fördel, oberoende av om föräldrarna avlagt studentexamensproven och oberoende av hur många röster de fått i dem. I fråga om de totala kunskaperna motsvarar denna fördel studier på mellan ett och ett halvt år och två år jämfört med studerande vars föräldrar inte är studenter. Den nytta som föräldrarnas studentexamen för med sig tycks dock inte öka under gymnasiestudierna: skillnaden mellan barn som har studentföräldrar och barn som inte har studentföräldrar uppkommer redan under de första årskurserna inom den grundläggande utbildningen och förblir lika stora under hela skoltiden.

Av lärarens pedagogiska lösningar är en central förklarande faktor till *kunskaperna* hur ofta de studerande upplever att de förstår lärostoffet. Det är dock svårt att avgöra vad som är orsak och vad som är verkan: de studerandes låga kunskapsnivå kan bero på att de inte förstått lärostoffet, men det är också möjligt att de inte förstått lärostoffet på grund av att deras kunskapsnivå är låg. Det verkar som om gruppen med de bästa studerandena uppnår de bästa resultaten under lärarens ledning, om det är kombinerat med en meningsfull differentiering enligt färdighetsnivå och en bedömning av om de uppnådda resultaten är meningsfulla. I de gymnasier som uppnådde de bästa resultaten upplevde de studerande att de förstod lärostoffet, de gjorde sina hemuppgifter på överenskommet sätt och de gav varandra råd oftare än studerande i gymnasier med svagare resultat.

Förändringar i kunskaperna kan knappt alls förklaras med faktorer relaterade till lärarens pedagogiska lösningar. Största delen av förändringarna i kunskaper under gymnasieutbildningen verkar kunna förklaras med andra faktorer. Läroanstaltens förklaringsgrad för både kunskaperna och förändringarna i kunskaperna är av storleksordningen 8–9 % – ungefär lika hög som i den grundläggande utbildningen. Gymnasiets storlek förklarar inte variationen i kunskaperna.

När det gäller anordnarens linje i fråga om bedömningen finns det skillnader mellan de gymnasier som hade de bästa resultaten och de gymnasier som hade de sämsta resultaten. För samma slutvitsord krävs klart mer kunnande i de gymnasier som får de bästa resultaten än i de gymnasier som får de sämsta resultaten. Skillnaden mellan vitsordsgrupperna är mycket betydande – cirka tre vitsord: vitsordet 6 i ett gymnasium med stram linje verkar motsvara vitsordet 9 i ett gymnasium som inte är lika framgångsrikt. Skillnaden är stor och leder till uppenbar ojämlikhet när de studerande söker till fortsatta studier, om gymnasiets avgångsbetyg används i antagningsprocessen.

Summary

Published by
Finnish Education Evaluation Centre (FINEEC)

Name of Publication
Matemaattisen osaamisen piirteitä lukiokoulutuksen lopussa 2015

Authors
Jari Metsämuuronen & Laura Tuohilampi

The report assesses the level of mathematical competence and the factors connected to it at the end of upper secondary school education (high school), 12th grade. The materials used represent the fourth set of materials that have been gathered from the same students; the mathematical competence of the students has been monitored at the transitional phases of their primary education after the 2nd grade in 2005, after the 5th grade in 2008, at the end of the 9th grade in 2012, as well as at the end of their secondary school education in 2015.

The final target group included 2,108 upper secondary school students, of which 1,310 answered the test and the related background survey. Of the potential respondents, 798 (38%) did not want to participate in the data collecting despite being offered to do so on numerous occasions. Of the students, 2,002 could also provide their results from the 9th grade and 961 students their matriculation examination information. The students who participated in the data collecting were on average somewhat more motivated and advanced in their mathematical competence than those who did not participate. As such, when we describe the results that were provided by the end of the upper secondary education, please note that these results provide a slightly overly positive picture of the students' competence. However, these materials include a fairly comprehensive number of students representing all levels of competence at the end stage of their upper secondary education from the different parts, municipality types and language groups of the country.

The competence test was based on the test that the students had already completed in the 9th grade. 78 per cent of the tasks were taken directly from that test. Some of the tasks had already been included in the 6th grade test and some in the 3rd grade test. As new tasks, the test included two tasks from the matriculation examination of the basics mathematics syllabus and two from the matriculation examination of the advanced mathematics syllabus. In addition to completing the tasks, the students answered a background survey. Information on the number of completed courses and given marks of all target students were gathered from institution registers. Matriculation examination grading information was also utilised as additional material.

When evaluated as a whole, there is a clear increase in mathematic competence during the studies in the upper secondary schools. A large part of this increase can be explained by the effect of the advanced syllabus courses in mathematics. There is a clear difference in competence between the basic and advanced syllabus mathematics.

From the point of view of longitudinal materials, it is apparent that the differentiation in mathematical proficiency happens during the early school years, but this differentiation is especially apparent when arriving in the upper classes of basic education in the 9th grade and continuing from there on out until the end of the upper secondary level. The mathematical competence level of those students who only completed the minimum number of courses remained at the level that they achieved during the 9th grade. The differences between upper secondary school students can largely be explained by the number of mathematics courses chosen during the upper secondary school and the grades received. With the minimum number of courses, the 9th grade competence level in mathematics can barely be maintained, but for those students that completed over 13 courses and received at least a mark 8 (good), there is a clear rise in their competence level – 84 PISA scale units on average. The competence required for a good grade is very different for basic and advanced syllabus courses. The competence of those students that complete the minimum number of basic syllabus courses (6 courses) and receive a mark 10 (the highest possible) is equivalent to the competence of those students that complete the advanced syllabus (12 courses or more) with a mark 6–7 (lower than “good”). The competence of those students that complete more than the minimum number of basic syllabus courses (7–11 courses) and receive a mark 10 is equivalent to the competence of those students that complete the advanced syllabus (12 courses or more) with a mark 8.

Men are significantly more successful in mathematics than women by the end of the upper secondary education. The average competence of women in upper secondary school trails men by approximately one year. By the end of the upper secondary school, 35% of the most mathematically proficient students (the highest decile) are women and 65% are men. In every proficiency level group, female students felt significantly and notably more negative emotions during their studies and, except for the very best students, their self-efficacy was lower than that of male students’.

Different language groups provide the chance of achieving an equal mathematical competence level. Swedish-speaking students rose to the level of Finnish-speaking students from clearly weaker starting points and achieved the level of Finnish-speakers by the beginning of the 6th grade, after which there were no differences between any of the groups that were studied. The change has been especially major in the non-urban areas of the former province of Southern Finland.

There is a clear connection between having parents with an upper secondary school education and a better result in mathematics by the end of the upper secondary level. Both parents having completed the matriculation examination – independent of the compositions of their matriculation examination tests or the points received – adds around a 1.5–2 year study advantage for overall competence when compared to those students with neither parent being an upper secondary school graduate. However, the benefit of a matriculation examination does not seem to increase in upper secondary school education: the difference between students with upper secondary school graduate parents and students with non-upper secondary school graduate parents is formed during the lower grades and remains the same throughout the school years.

When assessing the pedagogical solutions of teachers, the key factor for explaining *competence* in secondary school education is how often the students feel that the matters studied became clear to them. However, it is difficult to determine the cause and effect: it is unclear whether the lack of competence in students is the result of the matters not becoming clear to them or if the matters do not become clear to them since their level of competence is low. It seems likely that, in the best student groups, the best results are achieved with a teacher-led model in which a meaningful differentiation in accordance to competence levels and assessment of the gained results' meaningfulness are combined in the teaching.

The *change* in competence cannot really be explained with factors related to the teacher's pedagogical solutions. The majority of the changes in competence during the upper secondary level can seemingly be explained with other factors. The school's role in both competence and in the change in competence is around 8–9%, which is at a similar level as in basic education. The size of the upper secondary school does not explain the variation in competence.

The given school marks (4–10) in schools with the best and weakest results do not match. Those schools that receive the best results clearly require more competence for the student's final marks than those schools that receive the weakest results. The differences between the different mark groups are remarkable, around three grades worth: a mark 6 from a high school with a high performance seems to correspond to a mark 9 from a high school with low performance. The difference is apparent and leads to a clear inequality when students apply for further education, assuming that the upper secondary school certificate is used as part of the application process.

Sisältö

1 Johdanto

1.1 Osaamisen muutoksen selvittämisen haasteita toisen asteen koulutuksessa

Matemaattinen osaaminen on yksi keskeisistä tietotaidoista luku- ja kirjoitustaidon ohella. Siksi oppiainetta opetetaan systemaattisesti alimmilta luokka-asteilta perusopetuksen loppuun ja vielä toisella asteella lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa. Toisella asteella opetuksen määrä ja sisältö kuitenkin eriytyvät suuresti riippuen valittujen kurssien määrästä. Lukioissa matematiikan opetuksen sisältö eriytyy perinteisesti matematiikan lyhyeen ja pitkään oppimäärään (tuonnempana lyhyt ja pitkä matematiikka). Lukioissa pakollisten kurssien määrä on lyhyessä matematiikassa kuusi kurssia ja pitkässä matematiikassa kymmenen. Matematiikkaan erikoistuneissa lukioissa matematiikan kursseja voi olla tarjolla jopa 25 kurssia tai jopa enemmän. Sisältöjen eroista johtuen on ilmeistä, että kuusi kurssia lyhyttä matematiikkaa ei vastaa kuutta kurssia pitkää matematiikkaa. Myöskään arvosanojen välillä ei ole vastaavuutta, vaikka oppiaineen nimi onkin sama *Matematiikka*: lyhyen matematiikan kurssimäärillä saavutettu ”hyvä” taso on eri kuin pitkän matematiikan kurssimäärillä saavutettu ”hyvä” taso.

Edellä kuvatusta vaihtelusta seuraa se, että perusopetuksen aikana saavutettu osaamistaso voi lukiokoulutuksen aikana nousta tai laskea valittujen kurssien ja oppimäärän mukaisesti. Toisaalta joillakin lukiokoulutukseen siirtyneistä opiskelijoista on niin heikot matemaattiset taidot, että heillä on jo 9. luokan lopussa todennäköisesti ollut vaikeuksia arkielämään liittyvissä matemaattisissa operaatioissa (Räsänen & Närhi, 2013, 225).

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus (Karvi) ja sen edeltäjä Opetushallitus (OPH) eivät ole aiemmin arvioineet lukiokoulutuksen loppuvaiheen opiskelijoiden matemaattisen osaamistasoa saati osaamisen muutosta. Syynä lienee se, että kansallisesti osaamista voidaan seurata myös ylioppilastutkintojen avulla. Ylioppilaskokeiden puoltopisteitä onkin laajasti käytetty hyödyksi erityisesti lukioiden tehokkuustutkimuksissa ja niiden paremmuusjärjestyslistojen pohtimisessa (mm. Kortelainen, Pursiainen & Pääkkönen, 2014; Aaltonen, Kirjavainen & Moisio, 2005; 2007; Kirjavainen, 2007; Lehtonen, 2007; Häkkinen, Kirjavainen & Uusitalo, 2003; Jäntti, Kirjavainen &

Loikkanen, 2000; Kirjavainen & Loikkanen, 1993; 1995a; 1995b; 1998; 1999). Käytetyt menetelmät (perinteisemmin *Data Envelopment Analysis* (DEA) tai uutena *shrinkage*-estimointi) ovat tehokkaita ja laajasti kansainvälisissä tutkimuksissa käytettyjä. Vaikka menetelmät ovat hyviä, niiden avulla ei ole mahdollista päästä kiinni todellisessa osaamisessa tapahtuviin muutoksiin lukiokoulutuksen aikana. Tämä johtuu ensinnäkin siitä, että yhden mittauksen (ylioppilaskokeen) perusteella ei voi mitata osaamisen muutosta[1] ja toiseksi siitä, että ylioppilaskokeen pisteitysmenettely, jossa arvosanat muunnetaan normaalijakauman muotoon, estää tehokkaasti todellisen osaamistason muutoksen arvioimisen vuosien varrella. Kyse on nollasummapelistä: jos jossain oppilaitoksessa osaaminen nousee, sen on jossain toisessa laskettava, vaikka absoluuttisesti arvioiden molemmissa kouluissa osaamistaso olisikin noussut tai laskenut. Tehokkuustarkasteluihin tällä ei välttämättä ole suurta vaikutusta, joskin on ilmeistä, että parhaiden opiskelijoiden valikoituminen tiettyihin oppilaitoksiin lienee lukion tuloksen parempi selittäjä kuin varsinainen toimintojen tehokkuus. Uudemmissa analyyseissa (esimerkiksi Kortelainen, Pursiainen ja Pääkkönen, 2014) huomioon on otettu myös opiskelijoiden lähtötaso 9. luokan päättöarvosanan muodossa. Jos 9. luokan kouluarvosanoja pidetään vertailukelpoisina, mitä ne eivät ole[2], arvosanoihin perustuva arviointi johtaa kolmanteen haasteeseen: Korkeita tuloksia saaneissa lukioissa on vaikea osoittaa osaamisen lisääntymistä, kun opiskelijat jo alun alkaenkin ovat saaneet huippuarvosanoja (Kortelainen, Pursiainen ja Pääkkönen, 2014, 29).

Raportissa käytettävä aineisto on neljäs samoilta opiskelijoilta koottu aineisto. Opiskelijoiden matemaattista osaamista on seurattu perusopetuksen nivelvaiheissa: 2. luokan jälkeen (vuonna 2005), 5. luokan jälkeen (2008) ja 9. luokan lopussa (2012) sekä toisella asteella lukiokoulutuksen lopussa (2015). Perusopetuksen aikana oppimistulosaineistoon on liitetty oppilailta, opettajilta ja rehtoreilta saatavia taustatietoja. Lukiokoulutuksen osalta aineisto perustuu opiskelijoilta saatuun tietoon, johon on yhdistetty demografisia tietoja ja osalle opiskelijoista ylioppilaskoetietoja. Näin ollen on mahdollista tarkastella ensimmäistä kertaa yksittäisen opiskelijan tasolla sitä, kuinka osaaminen muuttuu 9. vuosiluokan jälkeen lukiokoulutuksessa. Aineisto mahdollistaa myös uudenlaisen näkökulman suomalaisten oppilaitosten vaikuttavuuskeskustelussa, kun käytettävissä on yhtäältä vertailukelpoinen lähtötasotieto (9. luokan oppimistulosarviointitulos) ja toisaalta lukiokoulutuksen päättövaiheessa mitattu päättövaiheen osaamistaso samoilta oppijoilta. Aineiston avulla saadaan kiintoisaa tietoa siitä, kuinka osaamistaso on muuttunut koko koulu-uran aikana.

Tässä raportissa keskitytään lukiokoulutuksen lopussa saavutetun osaamistason kuvaukseen. Ammatillisen koulutuksen erityiskysymyksiä tarkastellaan erillisessä raportissa (Metsämuuronen & Salonen, 2017); lisäksi toisen asteen lopussa saavutettu osaamistaso kuvataan kokonaisuutena yhteisessä ammatillisen koulutuksen ja lukiokoulutuksen raportissa (Metsämuuronen, 2017).

1 Menetelmä on oleellisesti tehokkaampi, jos pystytään vertaamaan *samasta* yläkoulusta *samalla* arvosanalla *samaan* lukioon menneitä opiskelijoita. Tällöin voidaan vakioida opiskelijoiden lähtötaso. Näiden opiskelijoiden osuus koko lukioaineistosta on oletettavasti vaatimaton koko lukioaineistoon nähden.

2 Kansallisten oppimistulosarviointien ja niihin yhdistetyn päättövaiheen arvosanatiedon perusteella on ilmeistä, että oppilasarvosanat eivät ole toistensa kanssa vertailukelpoisia eri koulujen välillä (mm. Ouakrim-Soivio, 2013; Ouakrim-Soivio, Rinkinen & Karjalainen, 2015, 40). Vaikka arvosanan antamisen kansallisia kriteereitä käytetään joustavasti eikä päättöarvosana 8 (”hyvä”) tarkoita samaa osaamistasoa kaikissa kouluissa, tällä ei välttämättä ole oleellista merkitystä lukiokoulutukseen hakeutumisessa, mikäli oppilaat hakeutuvat lähialueen oppilaitoksiin. Sen sijaan sillä voi olla oleellista merkitystä matemaattisten mallien rakentamisessa ja niihin liittyvissä tulkinnoissa, mikäli koulujen välillä ei alun perinkään ole suuria eroja – kuten Suomessa (Schleicher, 2006, 13).

1.2. Arviointikysymykset

Aineiston avulla pystytään vastaamaan seuraaviin peruskysymyksiin:

1. **Mikä on opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja ajattelun taso sekä asennoituminen lukiokoulutuksen lopussa?** Saman ikäryhmän osaamistaso on raportoitu 3. luokan alussa (Huisman, 2006, Huisman & Silverström, 2006), 6. luokan alussa (Niemi, 2010) ja 9. luokan lopussa (Rautopuro, 2013; Hirvonen & Rautopuro, 2013; Mattila & Rautopuro, 2013; Metsämuuronen 2013c). Nyt raportoidaan osaamistaso vaiheessa, jossa opiskelijat siirtyvät joko jatko-opintoihin tai työelämään.
2. **Kuinka koulutuksellinen tasa-arvo toteutuu alueellisesti, kieliryhmittäin ja sukupuolten välillä lukiokoulutuksessa?** Tämä kysymys on keskeinen hallinnollinen kysymys, ja sen selvittäminen on perimmäinen syy kansalliselle oppimistulosten arvioinnille. Aiemmissa ikäluokka-arvioinneissa huomattiin, että alemmilla luokilla suomen- ja ruotsinkielisten koulujen oppilaiden välillä oli huomattavia eroja. Erityisesti maaseutumaisissa kouluissa ruotsinkielisten koulujen oppilaiden geometrian osaamistaso 6. luokan alussa vastasi suomenkielisten koulujen oppilaiden osaamista 3. luokalla (Metsämuuronen 2010b, 132). Myöhemmin 9. luokan mittauksessa huomattiin voimakas sukupuolten välinen eriytyminen: parhaan kymmenesosan joukossa tyttöjä oli vain 37 prosenttia ja ruotsinkielisissä kouluissa sitäkin vähemmän, 27 prosenttia (Metsämuuronen 2013b, 88, 89).
3. **Kuinka matemaattinen osaaminen sekä matematiikka-oppiainetta koskevat asenteet muuttuvat lukiokoulutuksen aikana?** Aiemmissa, 3.–9. luokkien vertailuissa saatiin selville kahden ensimmäisen nivelvaiheen välinen muutos (Metsämuuronen, 2010b) ja oppilaiden osaamistaso oppivelvollisuuden päättyessä (Metsämuuronen, 2013b; Metsämuuronen & Silverström, 2013) sekä perusopetuksen aikana tapahtuva osaamisen muutos (Metsämuuronen, 2013b). Asenteiden muutosta perusopetuksen aikana ovat kuvanneet Tuohilampi ja Hannula (2013) sekä Metsämuuronen ja Tuohilampi (2014).
4. **Mitkä tekijät selittävät osaamisen ja asenteiden muutosta?** Aiemmista mittauskerroista poiketen lukiokoulutuksen päättömittauksessa ei paneuduttu opettajien taustatietoihin eikä rehtoreiden antamiin hallinnollisiin tietoihin. Sen sijaan opiskelijoilta kysyttiin samantyyppisiä taustatietoja kuin aiemmissakin mittauksissa: kysymyksiä kielitaustasta, kodin tuesta matematiikan opintoihin, opiskelutavoista, kouluviihtyvyydestä, asenteista sekä opettajien pedagogisista ratkaisuista. Lisäksi käytettävissä on opettaja- ja oppilastietoa alemmilta luokilta.

Peruskysymysten lisäksi aineisto mahdollistaa vastaamisen seuraaviin erityiskysymyksiin:

1. **Miten matematiikan kurssien määrä on yhteydessä osaamisen muutokseen lukio-opinnoissa?** Sekä pitkän että lyhyen matematiikan opintojen määrä vaihtelee minimimäärästä (6 kurssia) hyvinkin korkeaan (lähes 30:een matematiikkapainotteisissa lukioissa). Aineiston perusteella voidaan mallintaa, miten kurssien määrä on yhteydessä 9. luokan osaamistason kasvuun tai edes 9. luokan tietojen säilymiseen.
2. **Miten matematiikkaan asennoituminen vaikuttaa opiskelijan tekemiin valintoihin?** Asennoitumisen yhteyttä osaamiseen on tarkasteltu aiemmissa raporteissa. Tämän aineiston avulla voidaan käsitellä aiempaa tarkemmin asenteiden vaikutusta opiskelijan opintopolkuvalintoihin.

3. **Kuinka suuri osaamisen ero syntyy lukioissa lyhyen ja pitkän matematiikan opiskelijoiden välille?** Lukiossa keskittyminen muihin kuin matemaattisiin aineisiin voi ohjata valitsemaan vain minimimäärän matematiikkaa. On ilmeistä, että kun matemaattista osaamista vahvistetaan riittävästi, 9. luokalla opitut asiat vahvistuvat ja oppilaan osaaminen lisääntyy. Näin ollen on odotettavaa, että pitkän matematiikan opiskelijoiden osaamistason tulisi olla korkeampi kuin lyhyen matematiikan opiskelijoiden taso. Sen sijaan epäselvää on, kuinka paljon eroja syntyy niiden opiskelijoiden välille, joiden matematiikan taitoja ei juuri vahvisteta lukiokoulutuksessa. Tästä näkökulmasta kiinnostavan vertailutilanteen antavat ne lukion matematiikan lyhyen oppimäärän suorittaneet, jotka valitsivat vain pakolliset kurssit. Koska opetussuunnitelmat ovat erilaiset, lyhyen matematiikan ”hyvään” osaamiseen vaaditaan eri osaamistaso kuin pitkän matematiikan ”hyvään” osaamiseen. Tällä voi olla käytännöllistä merkitystä korkeakouluihin haettaessa. Luonnollisesti lyhyen matematiikan ”hyvä” on paljon helpompi saavuttaa kuin pitkän matematiikan ”hyvä”, ja näin sekä päättöarvosana että ylioppilaskokeessa saatu puoltopisteiden määrä voivat olla harhaanjohtavan samansuuruisia jatko-opintoihin haettaessa. Aineiston perusteella voidaan tarkastella, mitkä arvosanat vastaavat toisiaan eri kursseilla.
4. **Kuinka heikoimmin osaavien opiskelijoiden osaaminen kehittyy lukio-opintojen aikana?** Luokkien 3 ja 6 vertailussa havaittiin, että 6. luokan yleisopetuksen piirissä oli 4,5 % niin heikkoja oppilaita, että heillä tulisi olemaan vaikeuksia selvitä arkielämässä tarvittavista matemaattisista tehtävistä. Tämän lisäksi aineistosta oli jo poistettu erityisopetukseen sijoitettuja oppilaita, joista suurella osalla oli todennäköisesti vaikeuksia matematiikan oppimisessa. (Räsänen, Närhi & Aunio, 2010, 196.) Myöhemmässä 9. luokan aineistossa arvioitiin, että 5,6 %:lla peruskoulun päättävistä oppilasta oli heikot matemaattiset taidot (Räsänen ja Närhi 2013, 225). Räsänen ja Närhi (*Ibid.*) huomasivat myös, että yleisopetuksen heikkojen oppilaiden osaaminen rapautui yläluokkien aikana erityisesti geometriassa ja tilastojen osa-alueella. Näin ei kuitenkaan käynyt niillä heikoilla oppilailla, jotka oli siirretty erityisen tuen piiriin. Aineiston avulla on mahdollista seurata näitä heikosti menestyneitä oppilaita ja luoda kuva siitä, kuinka heidän osaamisensa muuttui lukiokoulutuksen aikana.

2 Menetelmällisiä ratkaisuja

Aineiston kattavuus kärsi tiedonkeruun ajankohdasta (kevät 2015), sillä monet opiskelijat olivat joko valmistautumassa ylioppilaskirjoituksiin. Huonon mittausajankohdan vuoksi aineistossa on suuri kato verrattuna 9. luokan aineistoon. Kokonaisuutena arvioiden on syytä olla varovainen yleistettäessä tuloksia erityisesti kaupunkimaisten lukioiden opiskelijoihin. On myös hyvä huomata, että arvioinnissa mukana olleet olivat keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisen osalta kuin poisjääneet. Tulokset antavat siis todellisuutta myönteisemmän kuvan osaamistasosta lukioissa. Aineisto kuitenkin sisältää varsin kattavan määrän lukion loppuvaiheen opiskelijoita kaikilta osaamistasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä.

Osaamismittarin pohjana oli opiskelijoiden jo 9. luokalla suorittama koe. Tehtävistä 78 prosenttia tuli suoraan tuosta kokeesta – osa tehtävistä oli 6. luokan kokeesta ja osa 3. luokan kokeesta. Mittariin valittiin lisäksi kaksi lyhyen ja kaksi pitkän matematiikan ylioppilaskoetehtävää.

Käytetty osaamismittari on kokonaisuutena riittävän luotettava uskottavien johtopäätösten tekemiseen. Samoin osamittareiden avulla voidaan arvioida kohtuullisen luotettavasti osa-alueita Funktiot ja Geometria. Algebran osa-alueen reliabiliteetti on matala mittarin lyhyyden vuoksi. Eri vuosien pistemäärät vertaistettiin IRT-mallituksella vastaamaan 9. luokan kokonaisaineiston keskimääräistä osaamistasoa.

Kaikkiaan aineisto on kohtuullisen laaja ja monipuolinen tuottamaan uskottavaa tietoa siitä, millainen opiskelijoiden matematiikan osaamistaso on lukiokoulutuksen loppuvaiheessa. Erityisen aineistosta tekee se, että samoja opiskelijoita on seurattu heidän koko koulu-uransa ajan ja lukiokoulutuksen lopun tuloksiin voidaan lisätä tietoa heidän koulupolkunsa varrelta. Tiedonkeruuseen osallistuneiden opiskelijoiden antamien vastausten ja koulun rekisteristä saatujen lisätietojen perusteella on mahdollista tehdä koulutusjärjestelmäämme koskevia uskottavia päätelmiä myös lukiokoulutuksen lopun tiedonkeruuseen osallistumattomien opiskelijoiden osalta.

Aineiston koonnin ja analysoinnin menetelmät on käsitelty tarkemmin ”Oppia ikä kaikki”-raportissa (Metsämuuronen, 2017) ja aiemmassa kansallisen oppimistulosarvioinnin menetelmällisiä ratkaisuja kuvaavassa raportissa (Metsämuuronen, 2009a). Tässä esitetään menetelmistä tiivistettyjä osia. Menetelmiä kuvattaessa esitellään ensin matematiikan kurssien määrät ja sisällöt ammatillisessa koulutuksessa (luku 2.1). Varsinaisista menetelmistä esitellään mittaristot (luku

2.2), pitkittäisarviointiin liittyviä haasteita (luku 2.3) ja käytetyt muuttuja ja termit (luku 2.4). Lisäksi liitteeseen 1 on koottu metodisia erityiskysymyksiä kuten vertaistamisen menetelmät ja muuttujien.

2.1. Matematiikan kurssit ja tavoitteet lukiossa

Matematiikan pitkän oppimäärän opinnoissa on kymmenen pakollista kurssia ja lisäksi kolme syventävää kurssia (taulukko 2.1). Lukioissa on kuitenkin mahdollista tarjota tätä enemmän kursseja. Arvioinnissa on mukana opiskelijoita, jotka olivat opintorekisterin mukaan suorittaneet 21, 23 tai jopa 26 matematiikan pitkän oppimäärän kurssia.

Matematiikan lyhyen oppimäärän kursseista pakollisia on kuusi ja lisäksi kaksi syventävää kurssia. Opiskelijan on uuden ylioppilastutkintojärjestelmän myötä mahdollisuus suorittaa pitkän oppimäärän opinnot mutta kirjoittaa lyhyen matematiikan ylioppilaskoe. Vuoden 2005 jälkeen matematiikka ei ole enää ollut pakollinen aine ylioppilaskirjoituksissa. Silti yli puolet opiskelijoista (noin 60 % vuosien 2007 ja 2014 välillä) kuitenkin kirjoittaa joko pitkän tai lyhyen matematiikan kokeen (Ylioppilastutkintolautakunta, 2015).[3]

TAULUKKO 2.1 Matematiikan pakolliset ja syventävät kurssit lukiokoulutuksessa (OPH, 2003, 118–128)

Pitkä matematiikka (A)	Lyhyt matematiikka (B)
pakolliset kurssit:	pakolliset kurssit:
MAA1 Funktiot ja yhtälöt	MAB1 Lausekkeet ja yhtälöt
MAA2 Polynomifunktiot	MAB2 Geometria
MAA3 Geometria	MAB3 Matemaattisia malleja I
MAA4 Analyyttinen geometria	MAB4 Matemaattinen analyysi
MAA5 Vektorit	MAB5 Tilastot ja todennäköisyys
MAA6 Todennäköisyys ja tilastot	MAB6 Matemaattisia malleja II
MAA7 Derivaatta	
MAA8 Juuri- ja logaritmifunktiot	
MAA9 Trigonometriset funktiot ja lukujonot	
MAA10 Integraalilaskenta	
syventävät kurssit:	syventävät kurssit
MAA11 Lukuteoria ja logiikka	MAB7 Talousmatematiikka
MAA12 Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä	MAB8 Matemaattisia malleja III
MAA13 Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi	

3 Luku lienee hieman korkeampi. Luku on laskettu Ylioppilaslautakunnan taulukosta suuntaa-antavasti olettaen, että jokainen kirjoittaja kirjoittaisi vain neljä oppiainetta eli vähimmäismäärän. Näin laskien määrät vaihtelevat 58–61 %:n välillä.

Tarkastelussa mukana olevia opiskelijoita koskevien lukion opetussuunnitelman perusteiden (OPS) mukaan (OPH, 2003, 118) matematiikan

> *"opetuksen tehtävänä on tutustuttaa opiskelija matemaattisen ajattelun malleihin sekä matematiikan perusideoihin ja rakenteisiin, opettaa käyttämään puhuttua ja kirjoitettua matematiikan kieltä sekä kehittää laskemisen ja ongelmien ratkaisemisen taitoja. [- -] Opiskelijaa myös kannustetaan kehittämään luovia ratkaisuja matemaattisiin ongelmiin. Opetuksessa tutkitaan matematiikan ja arkielämän välisiä yhteyksiä sekä tietoisesti käytetään eteen tulevia mahdollisuuksia opiskelijan persoonallisuuden kehittämiseen, mikä tarkoittaa muun muassa hänen kiinnostuksensa ohjaamista, kokeiluihin kannustamista sekä tiedonhankintaprosessien kehittämistä. "*

2.2. Mittarit, tehtävien osa-alueet ja niiden muutokset aiempaan nähden

2.2.1 Osaamismittarit ja niiden luotettavuus

Koska arviointi oli yhteinen sekä pitkän että lyhyen matematiikan opiskelijoille, nähtiin mielekkääksi ankkuroida mittarin laadinta 9. luokan yhteisiin matematiikan opintoihin. Kaikkiaan 18 tehtävästä 14 (78 %) oli identtisiä opiskelijoiden jo aiemmin tekemän 9. luokan kokeen kanssa. Näin ollen suurin osa testien tehtävistä oli sellaisenaan 9. luokan opetussuunnitelman perusteiden mukaisia (OPH, 2004) ja pienempi osa lukion 3. luokan lyhyen ja pitkän matematiikan perusteiden mukaisia. Lukiokokeeseen valittiin yhteisten tehtävien lisäksi kaksi lyhyen ja kaksi pitkän matematiikan tehtävää vanhoista ylioppilastehtävistä. Tehtävistä vain kaksi pitkän matematiikan sisältöjä yhdistelevää tehtävää oli sellaisia, että niitä ei olisi voitu ratkaista perusopetuksen 9. luokan tiedoilla (taulukko 2.2). Jokeritehtäväksi valittiin erittäin vaikea pitkän matematiikan tehtävä. Esimerkkitehtäviä on kuvattu tarkemmin seuraavassa luvussa. Mittarista tehtiin sekä suomen- että ruotsinkielinen versio.

Toisin kuin aiemmissa raporteissa (Metsämuuronen, 2010b; 2013b), joissa matematiikan osa-alueet jaoteltiin seuranta-arvioinnin luonteen vuoksi 3. luokan osa-alueiden mukaisesti kolmeen ryhmään (Lukuihin, laskutoimituksiin ja algebraan, Geometriaan sekä Tietojenkäsittelyyn, tilastoihin ja todennäköisyyteen), tässä raportissa osa-alueet luokitellaan 9. luokan mukaisesti. Näin kaikki osa-alueet sisältävän kokonaisosaamisen eli koko kokeessa menestymisen lisäksi tutkittavia osa-alueita oli viisi: Algebra, Funktiot, Geometria, Luvut ja laskutoimitukset sekä Tilastot ja todennäköisyys. Osa-alueista Algebran, Funktioiden ja Geometrian kokonaispistemäärät (8, 31 ja 14 pistettä) olivat riittäviä uskottavien johtopäätösten tekemiseksi osaamisen tasoeroista, mutta Luvut ja laskutoimitukset ja Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueilla pistemäärä (2–5 pistettä) ei mahdollista opiskelijoiden erottelua. Tämä näkyy siten, että summien reliabiliteetit ovat näillä osa-alueilla matalia (taulukko 2.2). Käytetty mittari on kokonaisuutena riittävän luotettava uskottavien johtopäätösten tekemiseen, kun arvioidaan kokonaisosaamista (α = 0,87). Samoin osa-alueista voidaan arvioida kohtuullisen luotettavasti Funktioita (α = 0,82) ja Geometriaa (α = 0,73). Algebran osa-alueen reliabiliteetti sen sijaan on matalampi kuin perinteisen hyväksyttävän alaraja (α = 0,55). Luvut ja laskutoimitukset- ja Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueilla reliabiliteetit ovat pienen pistemäärän vuoksi matalia (α = 0,27–0,34). On hyvä pitää mielessä, että summien erottelukyvyt ovat tarkimmillaan niillä osa-alueilla, joissa osioiden määrä oli kohtuullisen suuri.

TAULUKKO 2.2 Testin osa-alueet 9. luokan näkökulmasta

9. luokan testin osa-alueet	osioiden määrä	pistemäärä	reliabiliteetti (α)
Kokonaiosaaminen	28	52	0,87
Algebra	6	8	0,55[3]
Funktiot[1]	11	31	0,82
Geometria[1]	7	14	0,73
Luvut, laskutoimitukset	3	3	0,27
Tilastot ja todennäköisyys	2	2	0,34
9. luokalle kuulumaton aines[2]	2	12	

1) Kolme Geometrian tehtävää luokittui myös Funktiot-osa-alueelle. Vastaavasti tietenkin kolme Funktiot-osa-alueen tehtävää luokittui Geometrian alueen tehtäviksi.
2) Nämä kaksi vaativaa ylioppilastehtävää luokittuivat Funktiot-osa-alueelle, johon ne on laskettu mukaan.
3) Kokonaisaineistossa, mukaan lukien myös ammatillisen koulutuksen opiskelijat, Algebran osa-alueen reliabiliteetti on α = 0.71

Mittarin validiteetin näkökulmasta on oleellista huomata, että osaamista arvioitiin vain osalta lukiokursseilla opetetavia alueita (taulukko 2.3). Valtaosa tehtävistä sijoittuu ensimmäisten kurssien (MAA1 ja MAA2 sekä MAB1 ja MAB2) ainekseen: 74–81 % kokonaispistemäärästä tulee näiltä alueilta. Uudessa nuorten lukiokoulutuksen opetussuunnitelman perusteissa (OPH, 2015) suuri osa sisällöistä sijoittuu yhteiseksi sekä lyhyelle että pitkälle matematiikalle (MAY1). Toinen huomion arvoinen seikka on, että yhtä tehtävää lukuun ottamatta yksittäiset tehtävät voidaan sijoittaa yhden kurssin sisältöön. Tästä periaatteesta poiketen viimeisen, lukion pitkän matematiikan tietoja ja taitoja edellyttävän tehtävän ratkaiseminen vaati tietoja derivaatasta (MAA7), integraalilaskennasta (MAA10) sekä differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssin sisällöistä (MAA13) ja sieltäkin erityistietämystä. Tehtävä oli tarkoituksellisesti valittu niin vaikeaksi, että vain ehdottomasti parhaiten osaavat opiskelijat voisivat osoittaa siinä osaamistaan. Vain kaksi opiskelijaa kaikista testiin osallistuneista sai tehtävän ratkaistua täysin oikein.

TAULUKKO 2.3 Kokeen osa-alueet lukion matematiikan näkökulmasta

Pitkän matematiikan kurssit	osioiden määrä	piste-määrä	Lyhyen matematiikan kurssit	osioiden määrä	piste-määrä
MAA1 Funktiot ja yhtälöt	12	14	MAB1 Lausekkeet ja yhtälöt	14	36
MAA2 Polynomifunktiot	6	26	MAB2 Geometria	4	8
MAA3 Geometria	4	8	MAB3 Matemaattisia malleja I	1	6
MAA4 Analyyttinen geometria			MAB4 Matemaattinen analyysi		
MAA5 Vektorit			MAB5 Tilastot ja todennäköisyys	2	2
MAA6 Todennäköisyys ja tilastot	2	2	MAB6 Matemaattisia malleja II		
MAA7 Derivaatta[1]	1	2			
MAA8 Juuri- ja logaritmifunktiot					
MAA9 Trigonometriset funktiot ja lukujonot					
MAA10 Integraalilaskenta[1]	1	2			
Syventävät kurssit:			Syventävät kurssit:		
MAA11 Lukuteoria ja logiikka			MAB7 Talousmatematiikka		
MAA12 Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä			MAB8 Matemaattisia malleja III		
MAA13 Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi[1]	1	2	Lyhyeen matematiikkaan kuulumaton aines	1	6

1) Yksi 6 pisteen tehtävistä edellytti osaamista kolmelta osa-alueelta. Tässä 6 pistettä on jaettu näiden kolmen osa-alueen kesken.

On hyvä huomata seuraavat seikat yksittäisistä osioista ja testistä. Ensiksi, kun tässä arvioinnissa arvioidaan opiskelijoiden osaamistasoa lukiokoulutuksen loppuvaiheessa, päätelmät perustuvat ensisijaisesti 9. luokan oppisisältöihin ja *ensimmäisillä* kursseilla opetettuihin asioihin. Nämä asiat saavat vahvistusta pitkän matematiikan kursseilla; käytännössä jokainen pidemmälle menevä kurssi perustuu lukujen, lukujonojen ja peruslaskutoimitusten hyödyntämiseen. Näin ollen lukion lyhyen matematiikan kursseilla matemaattisten perusasioiden unohtaminen on odotettavampaa kuin pitkän matematiikan opinnoissa, sillä osaamista vahvistetaan selvästi vähemmän.

Toiseksi, alaluokkien aineistojen vertaistamisessa 9. luokan kokonaisosaamiseen laskettiin mukaan myös funktiolaskut (ks. tarkemmin Metsämuuronen, 2013a). Ymmärrettävästi niitä ei kuitenkaan voitu ottaa mukaan alaluokkien pitkittäisvertailuun, sillä näitä ei opeteta alemmilla luokilla. Tässä mittauksessa funktiolaskuilla on oleellinen rooli. Aiempaa 9. luokan otosta ja kaikkia 9. luokan kokeen tehtäviä hyödynnettiin lukiokokeeseen valittujen uusien osioiden vaikeustason määrittelyssä. Tähän paneudutaan tarkemmin luvussa 2.3.

Kolmanneksi, tehtäviä valikoitaessa ”liian helpot” tehtävät jätettiin kokeesta pois. Tästä seurasi se, että vaikka kaikki tehtävät ovat erottelukyvyltään hyviä, koe oli kokonaisuudessaan vaativa kaikkein heikoimmille opiskelijoille. Mittarissa on kuitenkin yksi tehtävä, joka on ollut kaikilla mittauskerroilla perusopetuksen 3. luokalta lähtien ja useampia 6. luokalla mukana olleita tehtäviä.

Neljänneksi, kokeen jokeritehtävänä oli erittäin vaikea lukion pitkän matematiikan tehtävä, jossa menestyminen ei kuulunut lyhyen matematiikan sisältöihin. Teknisesti oli tärkeää tarjota sama jokeritehtävä myös lyhyen matematiikan suorittaneille, sillä tehtävän kautta oli mahdollista osoittaa poikkeuksellista osaamista tai harrastuneisuutta oppimäärästä riippumatta. Asiaan syvennytään tarkemmin luvussa 2.3 ja liitteessä 1, joissa kuvataan mittareiden vertaistamista.

2.2.2 Tehtävien tarkistus ja tarkistuksen kalibrointi

Tehtäväsarjat koostuivat yhdeksästä yhteisestä monivalintatehtävästä ja yhdeksästä tuottamistehtävästä. Tuottamistehtävät jaettiin edelleen osioihin. Monivalintatehtävät koodattiin optisesti sellaisinaan aineistoksi. Tehtävät pisteitettiin keskitetysti osittain Helsingin yliopiston Opettajankoulutaitoksella ja osittain Karvissa.

Avotehtävät pisteitettiin ennalta laadittujen korjausohjeiden mukaisesti. Koska valtaosa tehtävistä tuli sellaisinaan 9. luokan kokeesta, käytettiin näissä tehtävissä hyväksi 9. luokalla valmisteltuja kattavia korjausohjeita. Uusia tehtäviä varten KT Laura Tuohilampi Helsingin yliopistosta valmisteli korjausohjeet. Hän valvoi myös sitä, että eri tiimien välillä pisteitys noudattaisi samoja periaatteita. Oppimistulosarvioinneille tyypillisesti (ks. Metsämuuronen, 2009a) noin 10 % papereista vielä tarkistettiin erillisen (saman) lukijan toimesta yhdenmukaisuuden varmistamiseksi. Tämän teki matematiikan oppiaineen korkeakouluharjoittelija Anne Kivistö. Osittain aineistoa pisteitettiin uudelleen Karvissa.[4]

2.2.3 Esimerkkejä eritasoisista tehtävistä

Tehtäväsarjoihin valittiin 9. luokan kokeesta sellaisia tehtäviä, joiden arveltiin olevan tarkoituksenmukaisia lukiolaiselle. Yksi helpoista tehtävistä oli seuraava:

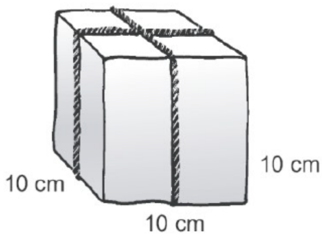
Arpakuutiota heitetään yhden kerran. Mikä seuraavista tulosvaihtoehdoista on todennäköisin?	**a)** Silmäluku on 1. **b)** Silmäluku on pienempi kuin 3. **c)** Silmäluku on 6. **d)** Silmäluku on parillinen. **e)** Silmäluku on suurempi kuin 2.

4 Yhdessä tehtävässä alkuperäisessä 9. luokan (ja alun perin 6. luokan) kokeen korjausohje oli puutteellinen. Tehtävään oli nimittäin kaksi oikeaa vastausta, mutta 6. luokalla ei osattu ratkaista näistä kuin toinen. Näin korjausohjeissa vain toinen ratkaisuista sai pisteen, mutta toista vaihtoehtoa ei mainittu pistettä tuovana vaihtoehtona. Osa tarkastajista noudatti ohjetta tarkasti, mutta osa huomioi tämän korjausohjeiden heikkouden. Tämän vuoksi koko aineisto yhdenmukaistettiin tältä osin uudelleen keskitetysti Karvissa. Uudelleenkoodauksen teki korkeakouluharjoittelija Anne Kivistö.

Tämä Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueen tehtävä oli käytössä jo 6. luokan kokeessa, jolloin sen osasi 60 % oppilaista. Myöhemmin 9. luokalla sen sai oikein 72 % oppilaista. Vuoden 2015 mittauksessa tehtävästä suoriutui onnistuneesti 90 % lukiolaisista.

Yksi tehtävistä on ollut kaikissa mittauksissa 3. luokalta lähtien. Tehtävä on varsin yksinkertainen: kuinka paljon narua tarvitaan tietyn kokoisen laatikon ympärille.

Kuvan laatikon kaikki särmät ovat 10 cm pitkiä.
Kuinka pitkä on ympärillä oleva naru?



Tästä Geometrian osa-alueen tehtävästä oli mahdollisuus saada 3 pistettä ja täysiin pisteisiin vaadittiin oikean vastauksen lisäksi jokin matemaattinen peruste nauhan pituudesta (kuten 4 sivua x 10 cm x 2 = 80 cm). Erikoista on se, että lukiolaisista peräti 17 prosenttia ei saanut tehtävässä yhtään pistettä. 9. luokalla ilman pisteitä jääneitä oli 29 prosenttia, 6. luokalla 46 prosenttia ja 3. luokalla 50 prosenttia. Tyypillinen virhe tehtävässä oli se, että opiskelijat arvelivat nauhan pituudeksi 60 cm. Eräs lukiolaisista antoi vastaukseksi: ”60 cm = 1 m” – pyöristyssääntöjä tällöin periaatteessa oikein noudattaen. 60 cm vastauksen taustalla on tietenkin ilmeinen ajatteluvirhe, jonka jotkut vastaajat kirjoittivatkin vastaukseensa: kuutiossa on kuusi särmää, joten narun pituus on 6 x 10 cm – monelta jäi huomaamatta, että naru menee kahdesti päällekkäin. Virheajattelu tehtävässä selittyi siis pitkälti tarkkavaisuuden vähäisyytenä.

Kolmas esimerkki on Funktioita ja Geometriaa yhdistävä lyhyen matematiikan ylioppilaskoetehtävä, joka mittaa varsinkin kysymyksen hahmottamista ja peruslaskutaitojen soveltamista.

Polkupyörän digitaalinen mittari näyttää kuljetun matkan ja ajonopeuden, kun siihen on syötetty etupyörän ulkokehän pituus. Mittari määrittää matkan kertomalla ulkokehän pituuden etupyörän pyörähdysten lukumäärällä ja nopeuden jakamalla ulkokehän pituuden pyörähdysajalla. Anteron pyörässä renkaan ulkokehän halkaisija on 26,0 tuumaa (1 tuuma = 25,40 mm).

a) Laske renkaan kehän pituus millimetrin tarkkuudella.

b) Antero mittaa renkaan ulkokehän pituuden mittanauhalla ja saa pituudeksi 209,5 cm. Kun tämä virheellinen arvo syötetään mittariin, kuinka pitkäksi mittari mittaa 20,0 kilometrin matkan?

c) Jos nopeusmittari näyttää tasan 30 km/h, mikä on polkupyörän todellinen nopeus?

Tehtävä osoittautui yllättävän haasteelliseksi. Renkaan kehän pituuden (tehtävän a-osion) sai laskettua oikein 36 % lukiolaisista, vaikka periaatteessa tehtävä edellytti vain peruslaskutaitojen osaamista – tehtävähän on varsin suoraviivainen ympyrän piirin ratkaiseminen peruskaavalla ja siihen liittyvä mekaaninen yksikkömuunnos. Tehtävän b-osiosta suoriutui 15 % lukiolaisista ja c-osiosta 9 % lukiolaisista.

Neljäs esimerkki on useita eri matematiikan osa-alueita yhdistävä, yksinkertaisen oloinen mutta lopulta erittäin vaativa pitkän matematiikan ylioppilaskoetehtävä.

Eräälle käyrälle pisteeseen (x, y) piirretyn tangentin kulmakerroin on puolet pisteen ja origon kautta kulkevan suoran kulmakertoimesta. Määritä käyrän yhtälö, kun lisäksi tiedetään, että se kulkee pisteen (4,1) kautta.

Tehtävän oikein suorittaminen edellytti tietoja kursseilta MAA2 (Polynomifunktiot), MAA7 (Derivaatta), MAA10 (Integraalilaskenta), ja MAA13 (Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi). Tehtävä valittiin tietoisesti vaikeaksi siten, että sen avulla poikkeuksellisen pitkälle edenneet tai erityisen harrastuneet opiskelijat saattoivat osoittaa parasta osaamistaan. Tehtävä osoittautui niin vaativaksi, että esimerkiksi matematiikkaan erikoistuneen lukion neljästä parhaasta opiskelijasta vain yksi sai sen ratkaistua täysin oikein. Koko aineistossa tehtävän ratkaisi täysin oikein kaksi opiskelijaa. Vaikeusastetta lisäsi se, että tehtävän ratkaisussa tarvitaan tietoa, jota periaatteessa ei tarvitse opettaa lukion kursseilla. Joitakin pisteitä olisi ollut saatavilla pelkästä tehtävän ehtojen hahmottamisesta esimerkiksi graafisesti. Kuitenkaan opiskelijoista 97 % ei saanut tehtävästä yhtäkään pistettä. Kaikkiaan 42 opiskelijaa 1 310 vastanneesta sai joitain pisteitä, ja näistä 28 (67 %) sai yhden pisteen ongelman havainnollistamisesta koordinaatistossa.

2.2.4 Asennemittarit ja taustakyselyt

Oppimismittarin yhteydessä koottiin taustatietoja opiskelijoiden kielitaustasta, kodin tuesta matematiikan opintoihin, opiskelutavoista, kouluviihtyvyydestä ja -kiusaamisesta, opettajien pedagogisista ratkaisuista ja opiskelijoiden asenteista oppiainetta kohtaan. Asennemittari oli sama kuin 9. luokalla. Vakiotestinä on vuodesta 1998 lähtien käytetty Fenneman ja Shermanin (1978) asennetestin pohjalta rakennettua testistöä, jossa kartoitetaan asennetta oppiaineeseen kolmella dimensiolla: käsitys itsestä oppiaineen osaajana (OSAA), oppiaineesta pitäminen (PITÄÄ) ja käsitys oppiaineen hyödyllisyydestä (HYÖTY). Kutakin dimensiota mitataan viidellä osiolla (taulukko 2.4). Alkuperäistä Fenneman ja Shermanin mittaria on lyhennetty, ja sen pituus vastaa kansainvälisissä sovelluksissa käytettyä versiota (ks. esimerkiksi *Programme for International Student Assessment* [PISA], OECD, 2003a; 2006 ja *Trends in International Mathematics and Science Study* [TIMSS] -mittaukset, TIMSS, 2003; 2006; 2009) (Metsämuuronen, 2009a). Suomalaisessa versiossa väitteitä on selvästi yksinkertaistettu ja negatiivisia osioita on joko käännetty tai poistettu niin, että kahdella dimensioista (PITÄÄ ja HYÖTY) on vain yksi käänteinen osio ja yhdellä (OSAA) kaksi käänteistä osiota. Lisäksi kansainvälisistä sovelluksista poikkeavasti asteikossa on käytetty 5-portaista Likertin asteikkoa 4-portaisen sijaan (ks. tarkemmin vertailu Metsämuuronen, 2012). Vakiomittariin liittyvät summamuuttujat olivat hyvin erottelevia (α = 0,83–0,92) lukioaineistossa.

Edellä mainitun ns. vakiomittarin lisäksi 9. luokan kokeessa mitattiin kodin antamaa tukea matematiikan opintoihin sekä matematiikka-ahdistusta. Näissä summissa erottelukyky on kohtuullinen (α = 0,73–0,76). Kaikkia näitä osamittareita tutkittiin 5-portaisella Likertin asteikolla, jossa asenneväittämiin vastattiin vaihtoehdoilla *Olen täysin eri mieltä* (1), *Olen jonkin verran eri mieltä* (2), *Kantani on epävarma tai minulla ei ole selvää käsitystä* (3), *Olen jonkin verran samaa mieltä* (4) ja *Olen täysin samaa mieltä* (5). Analyyseja varten lopullisten summien 1–5 -asteikko skaalattiin uudelle asteikolle, joka vaihteli välillä 0–4. Tällöin arvo 2 vastasi neutraalia, arvot 0–1 negatiivista asennetta ja arvot 3–4 positiivista asennetta.

Uutena asenneasteikkona käytettiin Laura Tuohilammen kehittämää testiä, jossa yhdeksän erilaista tunnetilaa (innostus, kiinnostus, tylsyys, pitäminen, turhautuminen, viha, ahdistus, avuttomuus, tyytyväisyys) yhdistettiin matematiikan opiskeluun. Kysymykseen *Missä määrin alla esitetty tunnetila yhdistyy matematiikan opintoihisi?* vastattiin vaihtoehdoilla *ei lainkaan* (0), *harvoin* (1), *joskus* (2), *usein* (3) ja *lähes aina* (4). Tunnetilat muodostivat kaksi faktoria: Positiiviset tunnetilat (innostus, kiinnostus, pitäminen, tyytyväisyys ja tylsyys) ja Negatiiviset tunnetilat (turhautuminen, viha, ahdistus, ja avuttomuus). Osioista *tylsyys* latautui selvästi positiivisten tunnetilojen faktorille, joskin negatiivisesti. Summaamisvaiheessa tämä osio käännettiin. Muuttujista muodostettiin myös kokonaistunnetila positiiviseen suuntaan (Positiivinen tunnetila kokonaisuutena), jossa negatiiviset tunnetilat ja *tylsyys* käännettiin ennen summaamista. Summamuuttujat ovat hyvin erottelevia (α = 0,86–0,90) lukioaineistossa.

TAULUKKO 2.4 Asennemittareiden osa-alueet

Asenneasteikot	osioiden määrä	pistemäärä	reliabiliteetti (α)
Käsitys itsestä oppiaineen osaajana (OSAA)	5	20	0,86
Oppiaineesta pitäminen (PITÄÄ)	5	20	0,92
Oppiaineen koettu hyödyllisyys (HYÖTY)	5	20	0,83
Kokonaisasenne (OSAA + PITÄÄ + HYÖTY)	15	60	0,92
Kokemus kodin tuesta matematiikan opintoihin	3	12	0,73
Matematiikka-ahdistus	3	13	0,76
Tunnetila matematiikan opiskelussa – positiiviset tunnetilat	5	20	0,90
Tunnetila matematiikan opiskelussa – negatiiviset tunnetilat	4	16	0,86
Tunnetila matematiikan opiskelussa – positiivinen kokonaisuutena	9	36	0,90

2.3 Pitkittäisarviointiin liittyviä näkökulmia

2.3.1 Pitkittäisaineisto ja nollaluokan aineisto

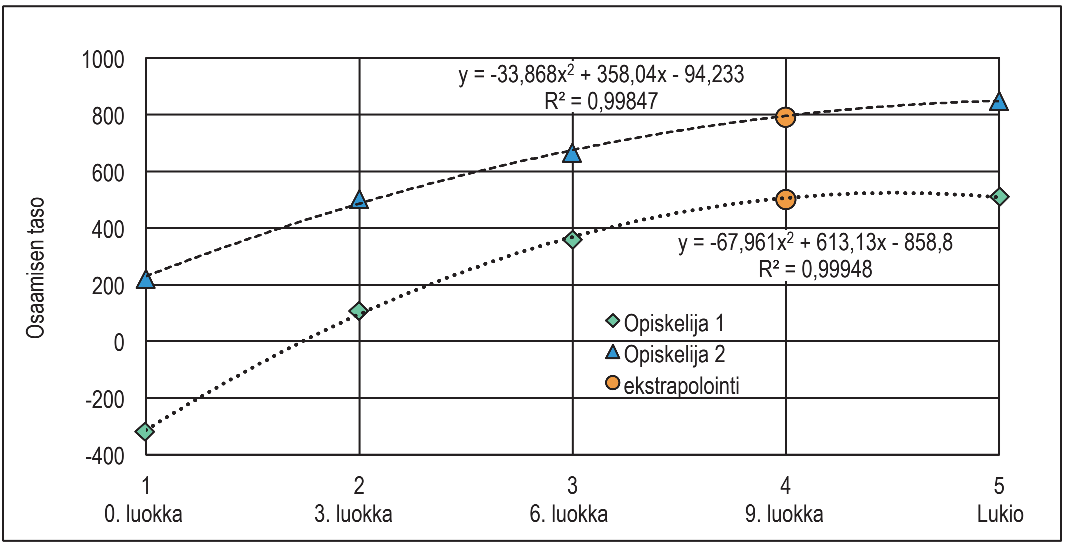
Vaikka kyseessä on lähes koko kouluajalta kootun pitkittäisaineiston analysointi, tässä raportissa ei ensisijaisesti käsitellä osaamisen muutosta ja sitä selittäviä tekijöitä, vaan keskitytään osaamistason kuvaamiseen lukiokoulutuksen lopussa. Taustamuuttujien yhteydessä kuvataan osaamisen muuttuminen vuosien varrella. Varsinaiset mittaukset tehtiin 3. luokan alussa, 6. luokan alussa ja 9. luokan lopussa. Näiden varsinaisten mittausten lisäksi rakennettiin myös ns. nollaluokka-aineisto, joka antaa yleiskäsityksen siitä, mistä osaamistaso alkaa nousta koulun alkaessa 1. luokan alussa.

Kouluun tulon vaihetta (0-luokka) ei suoraan mitattu, mutta aineisto konstruoitiin kolmannen luokan aineiston perusteella seuraavasti. Ensimmäisessä vaiheessa kolmelta varhaiskasvatuksen matematiikan opetuksen asiantuntijalta (Pirjo Aunio, Heidi Krzywacki ja Jari-Matti Vuorio, Helsingin yliopisto) kysyttiin heidän käsitystään siitä, kuinka monta prosenttia kouluun tulijoista olisi koulun alkaessa osannut kunkin yksittäisen tehtävän kolmannen luokan alussa pidetystä kokeesta. Osa tehtävistä olisi ollut selvästi liian vaikeita kaikille oppilaille, ja kaikki asiantuntijat olivat yksimielisiä siitä, että muutamaa satunnaista poikkeusta lukuun ottamatta yksikään koulutulokas ei olisi hallinnut joitakin tehtäviä. Tällaisia tehtäviä olivat mm. kertolaskuihin liittyvät tehtävät. Osassa tehtävistä asiantuntijoiden mielipiteet poikkesivat hieman toisistaan: ”lempeämmän” näkemyksen mukaan hieman useampi osaisi tehtävän oikein ja ”tiukemman” näkemyksen mukaan hieman harvempi olisi osannut tehtävän oikein. Tuonnempana pitkittäismuutosta kuvaavissa kuvioissa 0-luokan arvot on esitetty tiukemman arvion perusteella. Tästä seuraa, että koulun aikaansaama muutos voi näyttäytyä suurempana kuin se todellisuudessa on. Lempeämmän arvion mukaan kokonaisosaaminen koulua aloitettaessa olisi ollut noin 50 yksikköä korkeampi.

Toisessa vaiheessa 3. luokan aineistoa muokattiin edellisessä vaiheessa syntyneiden asiantuntijamielipiteiden pohjalta seuraavien periaatteiden mukaisesti. Ensiksi, 0-luokan oppilaat eivät osaa enempää kuin 3. luokan oppilaat. Toisin sanoen jos asiantuntijat ehdottivat korkeampaa ratkaisuprosenttia kuin 3. luokan kokeessa, arviota alennettiin hieman. Toiseksi, jos oppilas ei osannut tehtävää 3. luokalla, hän ei osannut sitä myöskään 0-luokalla. Kolmanneksi, 3. luokan kokeessa heikoimmat oppilaat eivät olisi suoriutuneet 0-luokan kokeesta paremmin kuin parhaat oppilaat. Viimeksi mainittu tarkoittaa sitä, että kun pisteitä otettiin pois, ne otettiin systemaattisesti heikoimmilta oppilailta. Jos asiantuntijat arvelivat, että korkeintaan 5 prosenttia oppilaista pystyisi suoriutumaan tehtävästä, 5 prosentille parhaista oppilaista jätettiin pisteet ja muilta (95 prosenttia heikoimmista oppilaista) oikea vastaus korvattiin nollalla (virheellisellä vastauksella). Mikäli parhaimpaan 5 prosenttiin kuuluvilla oppilailla oli virheitä, vastauksia ei korjattu oikeiksi.

2.3.2 Pitkittäisaineisto ja puuttuvien havaintojen mallittaminen

Pitkittäisaineisto tuottaa tilanteen, että aikasarjan kaikissa mittauspisteissä ei jokaiselta opiskelijalta saatu tietoa. Opiskelija saattoi olla mukana 0.-, 3.- ja 6. luokan aineistossa ja lukiokoulutuksen lopun aineistossa, mutta ei ehkä 9. luokan aineistossa. Toisaalta pitkittäisaineisto antaa mahdollisuuden mallittaa yksittäisen opiskelijan puuttuvan tiedon aiempien mittaustulosten avulla. Mikäli opiskelijalla oli kokonaisosaamisen osalta lukiokoulutuksen lopun ja 6. luokan alun mittaustulos, mutta 9. luokan mittaustulos puuttui, puuttuva tieto mallinnettiin henkilökohtaisen trendin perusteella. Korvaavan arvon lähtökohtana oli edeltävän ja jälkimmäisen mittauspisteen keskiarvo, jota korjattiin käyräviivaisen trendin mukaisesti (kuvio 2.1), mikäli saatavilla oli tieto kaikista muista mittauspisteistä. Ymmärrettävästi arvio on karkea, mutta suuntaa-antava lähtötaso kyseisillä henkilöillä arvioitaessa 9. luokan ja lukion välistä muutosta.



KUVIO 2.1. Yksittäisten puuttuvien tietojen korvaaminen pitkittäisaineistossa

Edellä kuvatulla tavalla korvattiin koko aineistossa 9. luokan aineistossa 109 puuttuvaa tietoa ja 6. luokan aineistossa 32.

2.3.3 Pitkittäisaineiston analysoinnin haasteita

Metsämuuronen (2009a; 2010a; 2013a) on pohtinut kansallisen oppimistulosarvioinnin pitkittäisaineistoihin liittyviä menetelmällisiä haasteita hankkeen aiemmissa vaiheissa. Samaan keskusteluun palataan tässä kyseessä olevan aineiston näkökulmasta. Koulututkimuksen piirissä muutoksen mittaamiseen on vuosien varrella kiinnitetty paljonkin kriittistä huomiota (mm. Cronbach & Furby 1970; Linn & Slinde 1977; Linn 1981; Bezruczko 2004). Muiden muassa Bryk ja Raudenbush (1987), Cohen ja Cohen (1975), Rogosa, Brandt ja Zimowski (1982) sekä Collins ja Horn (1991) ovat kehitelleet muutosmittauksen metodologiaa. Keskeisinä haasteina muutosta tutkittaessa nousee esiin kolme tekijää.

Ensiksi muutoksen reliabiliteetti (*change score reliability*), jota perinteisesti mitataan testi-uusintatestikorrelaatiolla tai intra-class korrelaatiolla (ICC), jää usein näennäisesti matalaksi. Tällöin haaste on se, että yksilön osaamisessa ei näytä tapahtuvan muutosta (Bryk & Raudenbush, 1987). Heidän mukaansa muutoksen mittaaminen tapahtuu yleensä mittareilla, joita ei ole tarkoitettu varsinaiseen muutoksen mittaamiseen vaan tiettynä aikana kertaluonteiseen yksilöiden osaamistason mittaamiseen. Erityisesti jos tällöin vielä standardoidaan mittatulokset eri ikäluokilla erikseen (kuten esimerkiksi Suomessa ylioppilaskokeiden yhteydessä), eliminoidaan muutoksen mittaamisen mahdollisuus tehokkaasti. Psykometrisia mittauksia olisi Brykin ja Raudenbushin mukaan hyvä kehittää siihen suuntaan, että mittaukset huomioisivat sekä yksilön tason että muutoksen mittaamiseen. Tässä pitkittäisaineistossa tähän haasteeseen on vastattu muuttamalla eri vuosien osaaminen vertailukelpoiseksi IRT-mallinnuksen avulla. Testit luotiin tarkoituksellisesti pitkittäismittausta varten, ja siksi suuri määrä (78 %) linkkitehtäviä pitää huolen siitä, että vertailu yli ajan on niin uskottavaa kuin se ylipäänsä voi olla.

Toiseksi mittausten välillä saattaa ilmetä vaikeasti selitettäviä negatiivisia korrelaatioita loppumittauksen ja alkumittauksen välillä. Bereiter (1963) on osoittanut tämän johtuvan ainakin osittain mittausvirheestä. Negatiivinen korrelaatio syntyy käytännössä siitä, että heikoimmat oppilaat saavat myöhemmän mittauksen perusteella paremman muutoslukeman (*gain score*) kuin alun perin parhaimmat oppilaat. Todellinen yhteys alkumittauksen ja lisääntyneen kasvun välillä on Brykin ja Raudenbushin mukaan (1987) tyypillisesti vaikeasti tavoitettava. Negatiivisia korrelaatioita syntyi myös aiemmissa Opetushallituksen pitkittäisaineistoissa (Metsämuuronen 2010a; 2013a). Tämän tosin on tulkittu olevan luonnollista: ilmeistä on, että lähtötasoltaan heikompien oppilaiden osaamisen on mahdollisuus kehittyä enemmän kuin jo valmiiksi hyvien oppilaiden. Analysoinnissa tämä otetaan huomioon siten, että muutosta ei käsitellä niinkään sellaisenaan vaan vasta lähtötilanteen huomioimisen jälkeen. Teknisesti tämä tapahtuu kovarianssianalyysin avulla.

Kolmanneksi IRT-mallinnuksen piiristä (mm. Embretson & Reise, 2000; Bezruczko, 2004) nousee kritiikkiä raakapisteiden käyttöä kohtaan siitä näkökulmasta, että raakapisteissä tapahtuvaa muutosta on käytännössä mahdoton tulkita mielekkäästi tai tarkasti. Tämä johtuu siitä, että muutos ei ole lineaarista. Viimeisimmän psykometrisen tietämyksen mukaan IRT-mallinnus ja sen avulla mittausten vertaistaminen tuo tässä mielessä etua klassiseen raakapisteillä mitattavaan testi-uusintatestimittaukseen (mm. Wright, 1968; Hambleton, 1993; Béguin, 2000; Reeve, 2002; Linacre, 2003; Schumacker, 2005). Tässä arvioinnissa aineistojen vertaistaminen on nimenomaan tehty IRT-mallinnuksella.

Edellisten lisäksi Bryk ja Raudenbush (1987) kritisoivat pitkittäisasetelmia siitä, että muutostutkimuksissa on usein tyydytty kahden mittauskerran asetelmaan. Tätä Bryk ja Raudenbush (1987) samoin kuin Bryk ja Weisberg (1977) ja Rogosa, Brandt ja Zimowski (1982) pitävät liian vähäisenä määränä muutoksen mittaamisen kannalta. Kyse on samasta ilmiöstä, josta myös Hautamäki ja Kuusela (2005) ovat keskustelleet: kahden mittauksen avulla saadaan selville muutos ja sen määrä, mutta vasta kolmas mittauskerta kertoo, kuinka pysyviä tulokset ovat. Tässä mielessä käsillä oleva aineisto vastaa melko hyvin tähän haasteeseen: ensimmäisen kerran on ollut mahdollisuutta tutkia muutosta neljän mittauskerran avulla – tai jopa viiden, jos nollaluokan generoitu mittauskin otetaan huomioon.

2.4 Käytetyt muuttujat, termit ja menetelmät

2.4.1 Käytetyt muuttujat

Oppimistuloksia ja asenteita kuvataan arvioinnissa taulukkoon 2.5 kootuilla osa-alueilla.

TAULUKKO 2.5 Osaamisen ja asenteiden osa-alueet mittauksessa

Oppimistulokset	Asenteet
Kokonaisosaaminen	Kokonaisasenne
Algebra	Käsitys itsestä oppiaineen osaajana
Funktiot	Oppiaineesta pitäminen
Geometria	Oppiaineen koettu hyödyllisyys
Luvut ja laskutoimitukset	Matematiikka-ahdistus
Tilastot ja tietojen käsittely	Kodin tuki matematiikan opiskeluun
	Tunnetila matematiikan opiskelussa

Oppimistulokset (tuonnempana osaaminen) ilmaistaan pääsääntöisesti pistemääränä asteikolla, jossa 9. luokan keskiarvo on 500 (ks. Liite 1).[5] Jos oppilaan osaaminen esimerkiksi 9. luokalla oli 500 ja toisen asteen lopussa 650, osaamisen kasvu on 150 yksikköä/pistettä. Kokonaisosaaminen tarkoittaa siis suoriutumista arviointikokeessa ja tämän kokonaispistemäärän kuvaamista ns. 10T-asteikolla, joka on käytössä myös esimerkiksi PISA-mittauksissa. Vastaavasti matematiikan eri osa-alueilla osaaminen tarkoittaa osa-alueen tehtävien yhteispistemäärää ja tämä 10T-muunnosta. Asenteita kuvataan ensisijaisesti asteikolla 0–4, jossa 0 tarkoittaa äärimmäisen negatiivista asennetta, 2 neutraalia asennetta ja 4 äärimmäisen positiivista asennetta. Poikkeuksen tästä tekee Tunnetila matematiikan opiskelussa -osamittareissa, joissa asteikko on 0–4, jossa 0 tarkoittaa ”ei koskaan” ja 4 tarkoittaa ”aina”.

5 Osaamista kuvaavat standardipisteet on muunnettu ns. 10xT-muunnoksella niin, että 9. luokan keskimääräinen oppilas saa arvokseen 500 pistettä, tätä heikommat saavat alle 500 olevia arvoja ja paremmat yli 500 olevia arvoja (ks. Liite 1). Asteikko on sama kuin aiemmassa raportissa (Metsämuuronen, 2013a) sekä PISA-, TIMSS- ja PIRLS-tutkimuksissa.

Kukin opiskelija on vastannut sekä testiin että taustakyselyyn, jossa on kysymyksiä muun muassa hänen motivaatiostaan, kielitaustastaan ja vanhempien koulutuksesta. Näihin tietoihin on liitetty oppilaitosta koskevia demografisia tietoja.

2.4.2 Käytettävät termit

Tuonnempana käytetään tilastolliseen testaukseen liittyvää termiä *tilastollisesti merkitsevä* kuvaamaan sitä, kuinka luotettavasti ryhmien välillä on eroa muissakin kuin otoskouluissa. Ryhmien välillä voi olla pieniä eroja, mikä voi olla myös otoksesta johtuvaa satunnaista vaihtelua. Tilastollisessa testauksessa (kuten esimerkiksi varianssianalyysissa) keskiarvojen eroja on testattu aineiston kokoon ja mittaustapaan sopivalla menetelmällä. Kun tekstissä kerrotaan eron kahden tai useamman ryhmän välillä olevan tilastollisesti merkitsevä, se tarkoittaa, että ero tulisi näkyviin otoksesta riippumatta. Virhepäätelmän riski on hyvin pieni (esimerkiksi korkeintaan 5 prosenttia). Tämän indikaattorina tekstissä käytetään merkintää $p = 0{,}05$, joka viittaa suoraan 5 prosentin riskiin. Vastaavasti tietenkin esimerkiksi merkintä $p = 0{,}002$ tarkoittaa 0,2 prosentin riskiä tehdä virhepäätelmä ja merkintä $p < 0{,}001$ sitä, että virhepäätelmän riski jää pienemmäksi kuin 0,1 prosenttia.

Toinen tilastolliseen testaukseen liittyvä termi on *efektikoko*. Ero ryhmien välillä voi olla tilastollisesti merkitsevä – eli eroa ryhmien välillä on varmasti otoksesta riippumatta – mutta ero ei välttämättä ole suurta. *Efektikoko kertoo sen, kuinka suurta ryhmien välinen ero on*. Kun esimerkiksi tyttöjen ja poikien keskiarvot ovat samat ja jakaumat samanlaiset, efektikoko on nolla. Jos taas esimerkiksi poikien tulos olisi tyttöjen tulosta niin paljon parempi, että 80 % pojista sijoittuu tyttöjen keskiarvon yläpuolelle, efektikoko on suuri. Efektikoon mittana käytetään raportissa ensisijaisesti Cohenin *f*-, *d*- ja *h*-mittoja (Cohen, 1988), koska niiden arvot ovat helposti vertailtavissa eri aineistoissa ja koska niille on olemassa karkeita rajoja kuvaamaan efektikoon pienuutta tai suuruutta. Cohenin *f* on käytössä, kun vertaillaan kahta tai useampaa keskiarvoa, Cohenin *d*, kun kuvataan korrelaation suuruutta ja Cohenin *h*, kun vertaillaan prosenttiosuuksia toisiinsa. Karkeat rajat efektikoon suuruudelle on esitetty taulukossa 2.6.

TAULUKKO 2.6 Efektikokojen rajat

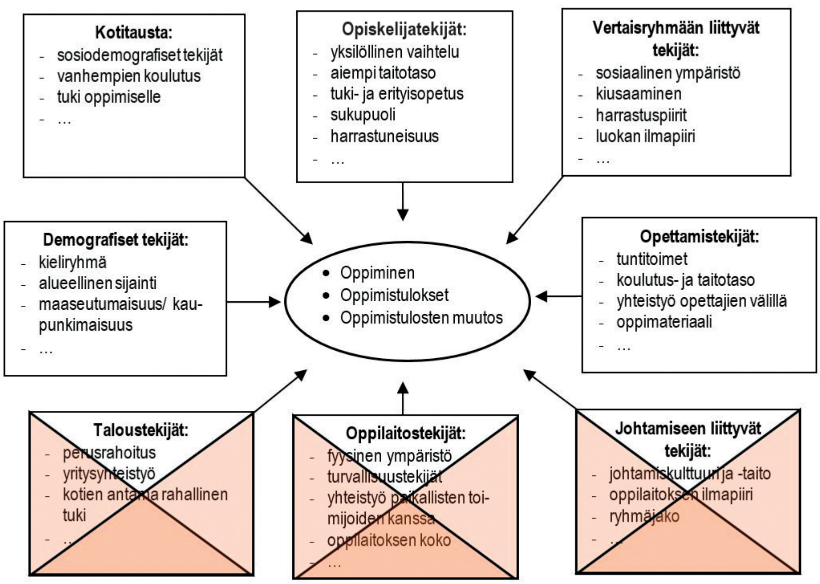
efektikoon indikaattori	pieni efektikoko	keskisuuri efektikoko	suuri efektikoko
Cohenin f	< 0,1	noin 0,2–0,3	> 0,4
Cohenin d	< 0,2	noin 0,4–0,5	> 0,8
Cohenin h	< 0,2	noin 0,4–0,5	> 0,8

Korrelaatioiden ja regressiomallien yhteydessä käytetään edellisten lisäksi termiä *selitysaste*, joka kertoo, kuinka monta prosenttia muuttujat selittävät toistensa vaihtelusta. Kun kaksi muuttujaa on täydellisessä yhteydessä toisiinsa (kuten esimerkiksi osaaminen raakapisteinä ja prosentteina maksimipistemäärästä), korrelaatio (r) muuttujien välillä on $r = 1$. Tällöin riittää, kun tiedetään toinen muuttujista, jolloin toinen selittää täydellisesti toisen – selitysaste on 1,00 eli prosentteina ilmaistuna 100 %. Mikäli korrelaatio puolestaan olisi suuruudeltaan $r = 0{,}40$, selitysaste olisi

$r^2 = 0{,}4x0{,}4 = 0{,}16$ eli muuttujat selittäisivät toisistaan 16 % ja ilmiöstä jäisi selittymättä 84 %. Varianssianalyysin yhteydessä selitysasteena käytetään Eetan neliötä (η^2) tai osittais-Eetan neliötä (*partial eta-squared*, η_p^2, ks. Pierce, Block & Aguinis, 2004), kun kyseessä on useita selittäviä tekijöitä. Regressiomallien yhteydessä kuvataan selitysasteena multippelikorrelaatiokertoimen neliö R^2. Kun muuttujia on mallissa useampia kuin yksi, R^2 antaa hieman liian suuren arvion selitysasteesta, koska korrelaatiokertoimen neliö johtaa aina positiiviseen suuntaan menevään satunnaiseen vaihteluun. Tätä korjataan ohjelmistoissa yleisesti Wherryn (1931) korjauksella, jota merkitään tekstissä symbolilla R^2_{Adj}.

2.4.3 Taustamuuttujien käsitteellinen malli

Kun matemaattista osaamista lukiokoulutuksen lopussa selitetään erilaisilla muuttujilla, käytetään hyödyksi samaa lähestymistapaa kuin aiemmissakin analyyseissa. Alkuperäisessä mallissa (Metsämuuronen, 2009a) oppimiseen, oppimistuloksiin ja oppimistulosten muutokseen vaikuttavia tekijöitä tarkastellaan kahdeksasta eri näkökulmasta: opiskelijaan liittyvät yksilölliset tekijät, vertaisryhmään liittyvät tekijät, kotiin ja perheeseen liittyvät tekijät, opettajaan ja opettamiseen liittyvät tekijät, koulun johtamiseen liittyvät tekijät, koulun fyysisiin olosuhteisiin liittyvät tekijät, taloustekijät ja demografiset tekijät (kuvio 2.2).



KUVIO 2.2 Taustamuuttujien käsitteellinen malli

Taustakyselyitä ei kohdistettu opettajille eikä rehtoreille. Näin ollen kuvion 2.2 mallissa johtamiseen ja toimipisteen fyysisiin olosuhteisiin liittyvät tekijät jäävät tarkastelun ulkopuolelle, samoin taloustekijät. Opettamiseen liittyviä pedagogisia seikkoja kysyttiin opiskelijoilta ja näin ollen jonkin verran taustatietoa saadaan opettamiseen liittyvistä seikoista. Jossain määrin voidaan kartoittaa myös kotitaustaan ja vertaisryhmään liittyviä tekijöitä – jälkimmäistä lähinnä koulukiusaamisen näkökulmasta. Lukiokoulutuksen aineiston yhteydessä opiskelijoiden kurssivalinnat käsitetään oppimistuloksia selittäviksi *opiskelija*tekijöiksi, vaikka ne saattaisivat olla myös osa koulun hallinnollista näkökulmaa.

2.4.4 Analyysimenetelmät

Ryhmien välisiä eroja kuvataan yksinkertaisilla tilastollisilla tunnusluvuilla, kuten osaamisen keskimääräisinä tasoina ja niiden muutoksina. Aineiston analysoinnissa käytetään yleisesti tunnettuja menetelmiä (ks. esimerkiksi Tabachnik & Fidell, 2006 tai suomeksi esimerkiksi Metsämuuronen, 2009b). Keskeisesti käytetään varianssianalyysin (ANOVA) ja regressioanalyysin eri muotoja. Ryhmien välisten erojen *post hoc* -vertailussa käytetään Tukeyn parittaisvertailua.

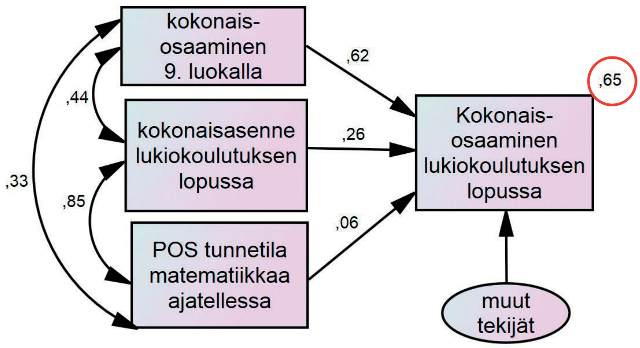
Samoin kuin aiemmissa pitkittäisaineiston raporteissa (Niemi & Metsämuuronen, 2010; Metsämuuronen, 2010b; 2013b) tässäkin kuvataan numeerisesti testisuureita ja efektikokojen suuruuksia. Käytännössä testisuureet – kuten *F*-, *t*- tai χ^2-testiarvot – ja näihin liittyvät merkitsevyystasot (*p*-arvot) ja efektikoot (*f*- *d*- ja *h*-arvot) kuvataan alaviitteissä.

Aineisto on lähtökohtaisesti ryvästynyt[6], ja *p*-arvojen korjaamisessa olisi oikein käyttää hyödyksi monitasomallinnusta (Goldstein 1986; Bryk & Raudenbush 1987; Raudenbush & Bryk 2002; ks. suomeksi esimerkiksi Metsämuuronen 2008; 2009b). Monista lukiosta mukana on kuitenkin niin vähän opiskelijoita, että ko. menettely tuottaa epävakaita tuloksia. Siksi *p*-arvoja ei korjata, mutta tiedetään, että ne eivät ole tarkat osittaisesta ryvästymisestä johtuen.

Keskeisten ennustetekijöiden löytämisessä hyödynnetään Decision Tree -analyysia (DTA). DTA on joukko menetelmiä, joiden avulla analysoidaan laajoja aineistoja ja luokitellaan selittäviä muuttujia (*Independent variables*) kiinnostavan kohdemuuttujan (*Dependent Variable*), kuten osaamistason tai osaamisen muutoksen, suhteen. Kyseessä on SPSS-ohjelmiston ns. numeronmurskaustyökalu, joka on erittäin tehokas tilanteissa, joissa ei välttämättä ole olemassa olevaa teoriaa – tai sitä ei nähdä tarpeelliseksi käyttää – kertomaan, miten selittävät muuttujat pitäisi ryhmitellä, jotta kohdemuuttuja voitaisiin selittää mahdollisimman hyvin. DTA tekee mekaanisesti kaikki mahdolliset muuttujien väliset ryhmittelyt ja valitsee niistä tilastollisin perustein parhaan mahdollisen. Menetelmä on herkkä muuttujien valinnalle: yhdenkin muuttujan lisääminen tai poistaminen mallista voi muuttaa tulosta oleellisesti.

6 Kouluaineistojen yhteydessä käytetään yleensä ryväsotantaa, jossa samasta koulusta valitaan useita oppilaita, joiden keskiarvon avulla kuvataan kyseisen koulun ominaisuuksia (kuten keskimääräisiä oppimistuloksia). Jos oppilaiden valinta on satunnaista, ryväsotannasta seuraa, että koulun keskiarvo on kyllä tarkka kuvaamaan koulun keskimääräistä osaamista (ja näin kansallista keskiarvoa), mutta kansallisten johtopäätösten näkökulmasta opiskelijoiden osaamisen vaihtelu (varianssi) on pienempää kuin silloin, jos yhtä monta opiskelijaa olisi valittu satunnaisesti eri puolilta Suomea eri kouluista. Tämä johtuu siitä, että tietyn koulun oppilaita yhdistävät samat olosuhteet, mahdollisesti sama asuinalue ja sama sosioekonominen status, samat opettajat ja samat koulun käytänteet. Tällä ryvästymiseksi kutsutulla ilmiöllä on vaikutusta erityisesti tilastollisten johtopäätösten tekemiseen (erityisesti p-arvon tulkintoihin), jotka usein perustuvat oppilaiden vaihteluun. Tästä syystä ryvästynyttä aineistoa analysoidaan monitasomallituksella, kun halutaan saada tarkkoja tuloksia. Tämä kuitenkin edellyttää riittävän määrän havaintoja kuhunkin kouluun.

Osassa tuloksia käytetään myös polkumallinnusta. Siinä voidaan mallintaa kiinnostavien tekijöiden yhteyksiä toisiinsa. Esimerkkinä yksinkertaisesta polkumallista on kuviossa 2.3 havainnollistettu, lukiokoulutuksen lopun osaamista selittävä malli:



KUVIO 2.3 Esimerkki yksinkertaisesta polkumallista

Esimerkissä kokonaisosaamista lukiokoulutuksen lopussa selitetään 9. luokan kokonaisosaamisella sekä kokonaisasenteella ja matematiikan opiskeluun liittyvillä positiivisilla tunnetiloilla. Yhteensä nämä tekijät selittävät osaamisesta 65 prosenttia (R^2 = 0,65). Lukiokoulutuksen lopun asenteet ja tunnetilat korreloivat voimakkaasti (*r* = 0,85), ja kokonaisosaaminen 9. luokan lopulla korreloi kohtuullisen voimakkaasti sekä kokonaisasenteeseen (*r* = 0,44) että tunnetilaan (*r* = 0,33). Regressiokertoimet (0,62, 0,26 ja 0,06) näkyvät mallissa suorien nuolien päällä. Polkumallia käytetään AMOS-ympäristössä.

3 Aineisto

Raportoitava aineisto on neljäs kerta, kun samoilta opiskelijoilta kootaan tietoa heidän matematiikan osaamisestaan. Opiskelijat osallistuivat kokeisiin ollessaan perusopetuksen 3., 6., 9. luokilla ja toisella asteella lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa. Kaikkina vuosina osa opiskelijoista on pudonnut pois eli on syntynyt katoa.

Aineiston koonnin ajankohta (kevät 2015) oli kattavuuden kannalta huono. Lopulliseen aineistoon kuului 1 310 lukio-opiskelijaa. Potentiaalista vastaajista 39 % ei halunnut useista tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta osallistua tiedonkeruuseen. Kaikilta kohdejoukon opiskelijoilta oli kuitenkin käytettävissä joko 3., 6. tai 9. luokan tieto. Yhteensä 2 065 opiskelijalta käytettävissä oli 9. luokan lopun tulos. Ylioppilaskoetiedot saatiin yhdistettyä 1 004 opiskelijalle.

Kokonaisuutena arvioiden on syytä olla varovainen, kun tuloksia yleistetään kaupunkimaisten lukioiden opiskelijoihin. Mukaan tulleet ovat olleet keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisessa kuin poisjääneet. Aineisto kuitenkin sisältää varsin kattavan määrän opiskelijoita kaikilta osaamistasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä. Kun kuvataan lukion loppuvaiheen **osaamista**, *on hyvä muistaa, että tulokset antavat hieman liian myönteisen kuvan osaamistasosta. Sen sijaan kun kuvataan* **muutosta** *ja näin verrata samoja opiskelijoita 9. luokan lopussa ja toisen asteen koulutuksen lopussa, edellä mainituilla aineistoa vinouttavilla seikoilla on vain vähäinen vaikutus yleistettävyyteen. Huolimatta selvästä kadosta, aineisto on siis pienin varauksin yleistettävissä uskottavasti koko lukio-opiskelijoiden populaatioon.*

3.1 Aineistojen koonti ja yhdistäminen

Koska OPH ei käyttänyt aiemmissa arvioinneissa oppilaan henkilötunnuksia tunnistetietoina, lukiokoulutukseen siirtyneiden opiskelijoiden jäljittäminen oli haasteellista. Aiempien vuosien yhdistämistä varten oppilaista oli käytettävissä henkilötietojen sijaan koulukohtainen oppilasluettelo, jonka koulun rehtori oli lähettänyt lähtömittausotoksen poimintaa varten. Perusopetuksen 3. luokan aineiston syöttövaiheessa oli listaan merkitty kullekin oppilaalle henkilökohtainen koulun sisäinen numerokoodi. Kuudennen ja yhdeksännen luokan tiedonkeruun suunnittelussa ja toteutuksessa tämä otettiin huomioon, ja opettajat merkitsivät kunkin oppilaan optiseen lomakkeeseen heille OPH:ssa aiemmin luodun henkilökohtaisen koodin. Koodit tarkistettiin vielä syöttövaiheessa oppilaslomakkeisiin kirjoitetun nimen perusteella. Muutamaa poikkeusta lukuun ottamatta numerokoodit saatiin hyvin yhdistettyä eri mittauskerroilla. Jo 9. luokalle siirryttäessä haasteena yhdistämisessä oli, että yhtenäiskouluja lukuun ottamatta oppilaiden koulut ja koulukoodit vaihtuivat lähes poikkeuksetta viimeistään yläluokilla. Jo tässä vaiheessa muutamia oppilaita jouduttiin poistamaan aineistosta koska lopullista vastinetta ei löytynyt tai yhdistäminen oli epävarmaa (Metsämuuronen, 2013a; vrt. Metsämuuronen, 2010a).

Lukiovaiheen otantaa suunniteltaessa keväällä 2014 ajatuksena oli alun perin ottaa yhteyttä kuhunkin 9. luokan aineiston otoskouluun ja pyytää niiltä tietoa siitä, mihin toisen asteen oppilaitokseen oppilaat olivat siirtyneet. Pääkaupunkiseudun koulujen suhteen ei ollut ongelmaa: yhteispalaverissa Helsingin, Espoon ja Vantaan kaupunkien koulutoimen vastuuhenkilöiden kanssa sovittiin aineistojen luovutuksesta. Muuta maata varten pyydettiin toimintaohjeita tietosuojavaltuutetulta. Valtuutetun lausunnon mukaan tietoja ei saanut luovuttaa, joten lokakuussa 2014 tilattiin OPH:sta yhteisvalintarekisteritiedot kaikista vuonna 2012 perusopetuksensa päättäneistä opiskelijoista, ja otannan valmistelua jatkettiin tämän pohjalta.

Yhteisvalintarekisterin 64 999 oppilaan joukosta poimittiin ensin mekaanisesti koulukoodien perusteella kaikki 16 753 opiskelijaa, jotka tulivat 9. luokalla otokseen valikoituneista kouluista. Näistä opiskelijoista saatiin 9. luokan nimilistan perusteella yhdistettyä 4 480 opiskelijaa aiempaan aineistoon.[7] Päätettiin, että aineistoa ei kerätä niistä lukioista, jonne oli mennyt enintään kaksi 9. luokan oppilasta. Oppilaitoksille lähetettiin nimilista, testipaketit ja korjausohjeet sekä palautuskuori lomakkeiden palauttamista varten. Kaikista nimilistan opiskelijoista – riippumatta siitä osallistuivatko he kokeeseen vai ei – pyydettiin lisäksi opiskelijarekisteristä keskiarvotieto matematiikan ja äidinkielen kurssien arvosanoista. Lisäksi pyydettiin tieto matematiikan kurssien määristä ja siitä, kirjoittiko opiskelija lyhyen vai pitkän matematiikan vai ei lainkaan matematiikkaa. Koulujen toimittamien lisätietojen kautta kävi ilmi, että osa opiskelijoista oli lopettanut opintonsa, siirtynyt toiseen kouluun tai vaihto-opiskelijaksi tai heitä ei jonkin muun syyn tähden ollut oppilaitoksen listoilla. Lopulliseen kohdejoukkoon kuului 2 108 lukio-opiskelijaa, joista 1 310 vastasi kokeeseen ja siihen liittyvään taustakyselyyn. Potentiaalista vastaajista 798 (39 %) ei halunnut useista tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta osallistua tiedonkeruuseen. Kaikilta kohdejoukon opiskelijoilta oli käytettävissä joko 3., 6. tai 9. luokan tieto. Yhteensä 2 065 opiskelijalta käytettävissä oli 9. luokan lopun tulos.[8]

Lukioaineiston tiedonkeruun ajankohta (kevät 2015) oli aineiston kattavuuden kannalta huono. Tiedonkeruun ajankohta haluttiin saada niin lähelle ylioppilaskokeita kuin mahdollista, jotta saataisiin tieto opiskelunsa lopettavien päättövaiheen osaamistasosta. Käytännössä ainoa aikaväli tälle oli kahden viikon jakso tammikuun 2015 lopussa, ennen kuin opiskelijat siirtyvät valmis-

7 Tämä luku sisältää sekä ammatilliseen koulutukseen että lukioon menneet opiskelijat.

8 Kaikilta opiskelijoilta oli käytettävissä jokin aiemmista mittaustuloksista – joko 3.-, 6.- tai 9. luokan tulos. Tässä raportissa keskitytään lukiokoulutuksen lopun tulosten kuvaamiseen ja siksi ei haluttu rajata ulos niitä, joilta ei käytettävissä ollut 9. luokan tulosta. Mikäli opiskelijan 9. luokan tulos puuttui mutta käytettävissä oli aiempia mittauksia ja toisen asteen lopun tulos, 9. luokan tulos korvattiin arvolla opiskelijan trendin perusteella (ks. luku 2.3.2).

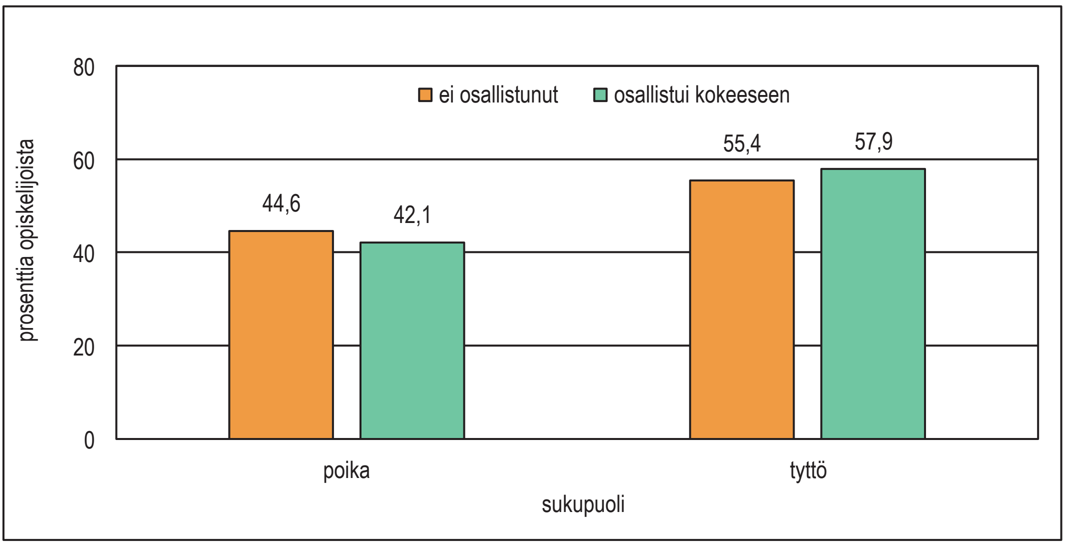
tautumaan itsenäisesti ylioppilaskokeeseen. Monista syistä johtuen oppilaitokset saivat tiedon arvioinnista vasta joulukuun alussa 2014, ja koe oli tarkoitus suorittaa heti vuoden 2015 alussa. Aikaa valmisteluille jäi siis vähän.

Myöhemmin aineistoon yhdistettiin opiskelijoiden ylioppilastutkintotiedot. Mikäli opiskelijoilta oli käytössä sekä kevään että syksyn tieto, käyttöön otettiin arvosanoista parempi ja tähän liittyvät pistemäärät. Ylioppilaskoetiedot saatiin yhdistettyä 1004 opiskelijalle. Tämä yhdistäminen tapahtui henkilötunnusta käyttämällä.

3.2 Otos ja kato

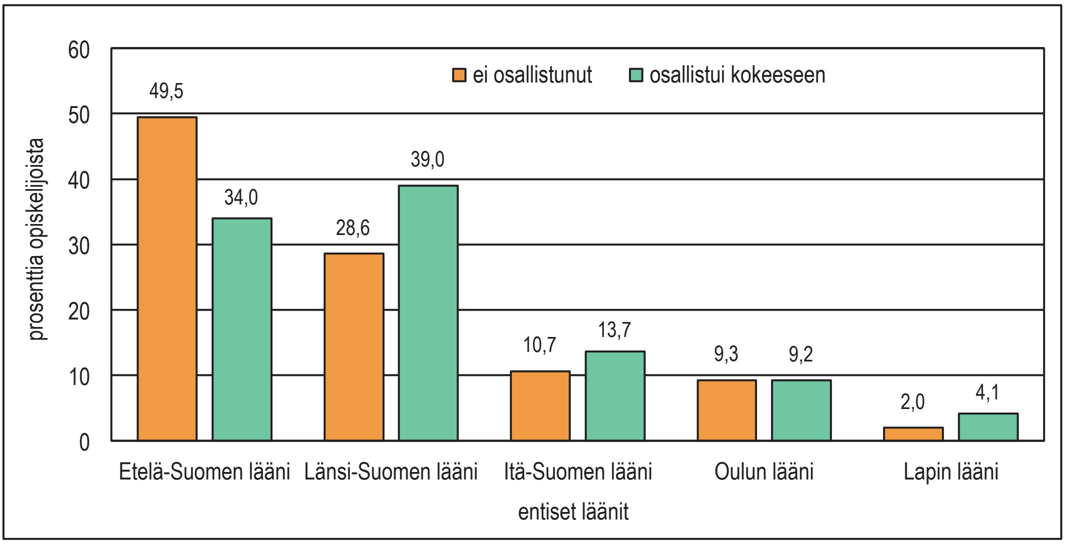
Yli kolmannes opiskelijoista ei halunnut osallistua kokeeseen tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta. Keskeinen kysymys on: Ovatko poisjääneet opiskelijat systemaattisesti erilaisia kuin vastanneet opiskelijat? Mikäli poisjääneet vastaavat ominaisuuksiltaan tiedonkeruuseen osallistuneita, tulokset voidaan yleistää perustellusti koko populaatioon. Mikäli poisjääneet edustavat erityisiä ryhmiä, kuten tyttöjä tai poikia, tiettyä kieliryhmää, asuinseutua tai esimerkiksi heikoimpia tai parhaimpia opiskelijoita, yleistämisen suhteen on oltava varovaisempi.

Vastaamatta jättämisessä ilmenee joitain systemaattisia, joskin selittymättä jääviä ilmiöitä. Ensiksi näyttää siltä, että tytöt ovat osallistuneet hieman tunnollisemmin tiedonkeruuseen kuin pojat (kuvio 3.4). Ero katoaineiston ja osallistuneiden välillä on kahden prosenttiyksikön luokkaa. Kieliryhmien välillä ei juuri ole havaittavia eroa poisjääneiden ja mukaan tulleiden osuuksien välillä.



KUVIO 3.4 Sukupuolten väliset erot katoaineiston ja tiedonkeruuseen osallistuneiden välillä

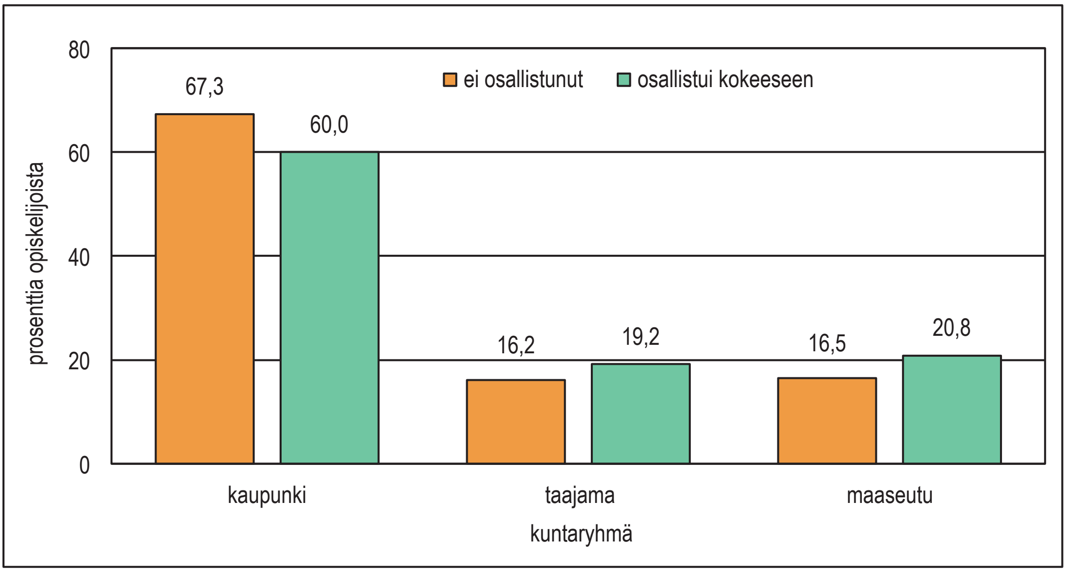
Toiseksi näyttää siltä, että aineistossa katoa on tullut erityisesti entisen Etelä-Suomen läänin alueelta[9] – katoaineiston opiskelijoista lähes puolet (50 %) ja osallistuneista vain kolmannes (34 %) tuli Etelä-Suomesta (kuvio 3.5). Vastaavasti Länsi-Suomen lukioista tuli selvästi enemmän tiedonkeruuseen osallistuneita opiskelijoita (39 %) verrattuna katoaineistoon (29 %). Maan muiden osien osalta erot ovat selvästi pienempiä. Ruotsinkielisessä aineistossa kato on suurta Etelä-Suomen läänin alueella; Länsi-Suomen läänin alueelta mukaan tulleita oli noin 13 prosenttiyksikköä enemmän kuin Etelä-Suomen läänin alueelta, vaikka populaatiossa heitä on suurin piirtein yhtä paljon.



KUVIO 3.5 Alueiden väliset erot katoaineiston ja tiedonkeruuseen osallistuneiden välillä

Kolmanneksi näyttää siltä, että katoa on ollut hieman enemmän kaupungeissa kuin taajamissa ja maaseudulla (kuvio 3.6). Katoaineiston opiskelijoista 67 prosenttia ja osallistuneista 60 prosenttia tuli kaupungeista. Erityisen vaikea oli saavuttaa seutukunnan keskuskaupunkien lukio-opiskelijoita. Monesta lukiosta saavutettiin vain kourallinen opiskelijoita, ja täysin vastaamatta jättäneistä 12 koulusta yhdeksän (80 %) oli Helsingistä, Turusta, Oulusta, Joensuusta, Lappeenrannasta tai Imatralta.

9 Tässä verrataan vanhojen läänien alueita vertailukelpoisuuden säilyttämiseksi aiempien aineistojen välillä.



KUVIO 3.6 Kuntaryhmien väliset erot katoaineiston ja tiedonkeruuseen osallistuneiden välillä

Neljänneksi on ilmeistä, että poisjääneiden opiskelijoiden sekä 9. luokalla mitattu että lukio-opintojen yhteydessä osoitettu osaaminen[10] oli tilastollisesti merkitsevästi heikompi kuin tiedonkeruuseen osallistuneilla (taulukko 3.7). Tiedonkeruuseen osallistuneet opiskelijat olivat lukioissa keskimäärin puoli arvosanayksikköä parempia, ja he olivat suorittaneet keskimäärin yhden kurssin enemmän matematiikkaa kuin poisjääneet. Samoin 9. luokalla kokonaisasenne on merkitsevästi myönteisempi osallistuneiden hyväksi. Lähtötasolla 9. luokan aineistossa osaamisen ero oli noin 20 yksikköä, mikä vastaa 5 prosenttiyksikön eroa maksimipistemäärissä laskettuna.

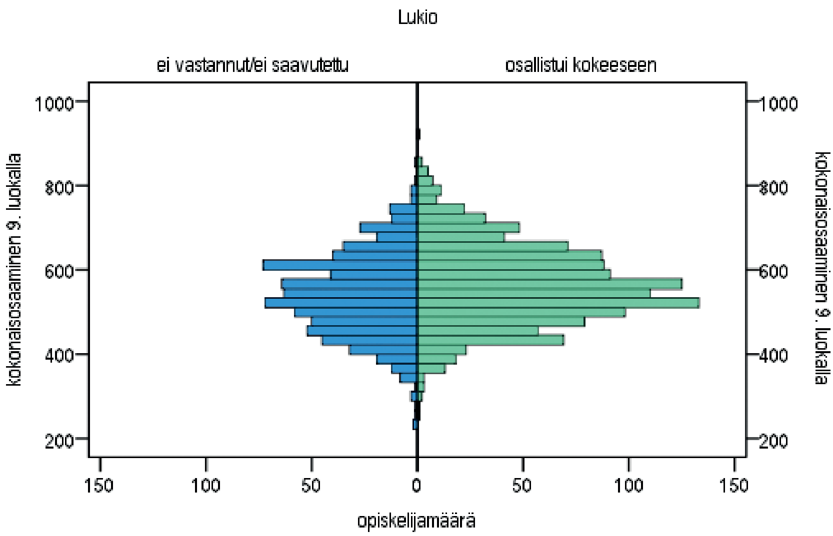
TAULUKKO 3.7 Osaamisen ja asenteiden erot aineistojen välillä

muuttuja	ei-vastanneet	vastanneet	t	df	p-arvo	Cohenin d
Matematiikan kurssien keskiarvo[1]	6,8	7,4	-7,82	1929	<0,001	-0,38
Matematiikan kurssien määrä[1]	8,9	10,3	-8,43	1926	<0,001	-0,41
Äidinkielen kurssien keskiarvo[1]	7,6	7,9	-2,79	1925	0,005	-0,14
9. luokan kokonaisasenne[2]	0,4	0,6	-6,19	2000	<0,001	-0,29
9. luokan kokonaisosaaminen[3]	544	565	-4,74	2001	<0,001	-0,22

1) oppilaitoksen opiskelijatietojärjestelmästä saatu tieto
2) asteikolla -2 – +2
3) 10xT-asteikolla, jossa 9. luokan keskiarvo on 500

10 Opiskelijatietojärjestelmistä pyydettiin kaikkien koulusta tulleiden opiskelijoiden tiedot muutaman keskeisen muuttujan osalta – sekä testiin osallistuneista että poisjääneistä.

Vaikka poisjääneiden osaamistaso oli merkitsevästi alhaisempi kuin mukaan tulleiden, osaamisen *jakauman muoto* 9. luokan aineistossa on silmämääräisesti arvioiden hyvin samankaltainen kahdessa ryhmässä (kuvio 3.7) – lukuun ottamatta aineistojen määristä johtuvaa eroa. Tämä kertoo siitä, että poisjääneiden opiskelijoiden jakaumat eivät ole lähtötasoltaan oleellisesti mukaan tulleita opiskelijoiden jakaumista poikkeavia.



KUVIO 3.7 Osaamisen jakautuminen katoaineistossa ja osallistuneiden aineistossa lukioissa

Kokonaisuutena arvioiden on syytä olla varovainen, kun tuloksia yleistetään erityisesti kaupunkimaisten lukioiden opiskelijoihin. Mukaan tulleet ovat olleet keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisessa kuin poisjääneet. Aineisto kuitenkin sisältää varsin kattavan määrän opiskelijoita kaikilta osaamistasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä. Kun kuvataan lukiokoulutuksen lopun *tuloksia*, on hyvä muistaa, että tulokset antavat hieman liian myönteisen kuvan osaamistasosta lukioissa. Sen sijaan kun kuvataan *muutosta* ja näin verrataan samoja opiskelijoita 9. luokan lopussa ja lukiokoulutuksen lopussa, edellä mainituilla aineistoa vinouttavilla seikoilla on vain vähäinen vaikutus yleistettävyyteen. Selvästä kadosta huolimatta aineisto on siis pienin varauksin yleistettävissä uskottavasti koko lukio-opiskelijoiden populaatioon.

3.3 Lopullinen aineisto ja sen ominaispiirteitä

Lopulliseen aineistoon kuului 1 310 opiskelijaa (taulukko 3.9). Kokonaisaineistossa oli miehiä 42 prosenttia ja naisia 58 prosenttia. Länsi-Suomen alueelta on lievä yliedustus (39 %). Lukioaineisto on painottunut kaupunkeihin (60 %). Yleensä kansallisiin aineistoihin tulee mukaan opiskelijoita kaikista suurista kunnista. Tässä aineistossa maakuntakeskuksista mukana ei ole Lahdesta, Oulusta, Rovaniemeltä, Jyväskylästä, Hämeenlinnasta eikä Seinäjoelta tulleita opiskelijoita. Osasyynä on alkuperäinen otos, jossa osasta kaupunkeja ei kouluja valittu mukaan. Toisaalta edellä todettiin, että erityisen vaikea oli saavuttaa seutukunnan keskuskaupunkien lukio-opiskelijoita; täysin vastaamatta jääneestä 12 koulusta 80 prosenttia oli Helsingistä, Turusta, Oulusta, Joensuusta tai Lappeenrannasta ja Imatralta.

TAULUKKO 3.9. Valittuja aineistoa kuvaavia muuttujia ja niiden jakaumatietoja

Muuttuja		Lukio n = 1310 (f)	Lukio n = 1310 (%)
Sukupuoli	mies	552	42,1
	nainen	758	57,9
Opetuskieli	suomi	1155	88,2
	ruotsi	155	11,8
Lääni/seutukunta (vanhan läänijaon mukaisesti)	Etelä-Suomi	445	34
	Länsi-Suomi	511	39
	Itä-Suomi	179	13,7
	Oulun lääni	121	9,2
	Lapin lääni	54	4,1
Kuntaryhmä (vanhan kuntaryhmäjaon mukaisesti)	kaupunki	786	60,0
	taajama	252	19,2
	maaseutu	272	20,8
Kotikieli	suomi	1146	87,5
	ruotsi	84	6,4
	jokin muu	9	0,7
	suomi ja ruotsi	54	4,1
	suomi ja muu	10	0,8
	ruotsi ja muu	4	0,3
	suomi, ruotsi ja muu	3	0,2
Onko saanut suomi/ruotsi toisena kielenä (S2) -opetusta	Kyllä	173	13,2
	Ei	1137	86,8
Poissaoloja	0–5 päivää	608	46,4
	6–10 päivää	442	33,7
	11–20 päivää	183	14
	yli 20 päivää	77	5,9
Oppilaitoksessa viihtyminen	erittäin hyvin	521	39,8
	melko hyvin	727	55,5
	melko huonosti	55	4,2
	erittäin huonosti	7	0,5
Kuinka usein on kiusattu oppilaitoksessa opiskelun aikana?	useita kertoja viikossa	3	0,2
	noin kerran viikossa	4	0,3
	harvemmin	84	6,4
	ei lainkaan	1219	93,0
Onko saanut apua/erityistä tukea matematiikan opiskeluun?	kyllä	141	10,8
	ei	1169	89,2
Vanhempien ylioppilastutkinto	kumpikaan ei ole	356	27,2
	toinen on	466	35,6
	molemmat ovat	488	37,3

Aineistossa on selkeä yliedustus ruotsinkielisten lukioiden opiskelijoita (12 %) – 6 prosentin edustus oli ollut lähempänä demografista edustavuutta. Tämä johtuu siitä, että alun perinkin haluttiin yliotostaa ruotsinkielisiä opiskelijoita uskottavien tulosten raportoimiseksi myös tässä ryhmässä. Aiemmissa vaiheissa alemmilla luokilla ruotsinkieliset oppilaat ovat edustaneet n. 25–30 prosenttia kaikista ruotsinkielisistä kouluista ja oppilaista. Kotikielen suhteen asia on monimutkaisempi kuin oppilaitoksen opetuskielen suhteen. Puhtaasti ruotsinkielisiä opiskelijoita on aineistossa reilu 6 prosenttia, sillä noin 4 prosenttia lukio-opiskelijoista osoittautuu kotikieleltään sekä suomen- että ruotsinkielisiksi eli kaksikielisiksi. Vajaalla kahdella prosentilla opiskelijoista on jokin muu kuin suomen kieli kotikielenään – useimmiten joko suomen tai ruotsin kielen rinnalla. Tässä mielessä on kiintoisaa, että peräti 16 prosenttia opiskelijoista on kuitenkin saanut jossain vaiheessa opintojaan suomi (tai ruotsi) toisena kielenä (S2) -opetusta. Näyttää siis siltä, että valtaosa muun kuin suomen- ja ruotsinkielisistä opiskelijoista on omaksunut toisen kotimaisen kielen omaksi kotikielekseen opintojen kuluessa.

Pääsääntöisesti opiskelijat viihtyvät oppilaitoksessaan erittäin hyvin (40 % opiskelijoista) tai melko hyvin (56 %). Surullista on, että noin 0,5 prosenttia opiskelijoista kokee toistuvaa, vähintään viikoittaista, kiusaamista. Osuus näyttää pieneltä, mutta mikäli tuloksen yleistää koskemaan koko opiskelijajoukkoa, maassamme kiusataan viikoittain tai toistuvasti usean kerran viikossa lähes 520 lukiokoulutuksessa olevaa opiskelijaa.[11] Poissaoloja opiskelijoilla on pääsääntöisesti korkeintaan 10 päivää vuoden aikana (80 % opiskelijoista). Yli 20 päivää poissa olevia opiskelijoita on lukiokoulutuksessa jonkin verran (6 %). Apua tai erityistä tukea matematiikan opintoihin on saanut 11 prosenttia lukiolaisista.

Vanhempien koulutustaustaa on OPH:n ja Karvin oppimistulosarvioinneissa vuodesta 2011 lähtien kartoitettu yksinkertaisella tiedolla siitä, ovatko vanhemmat ylioppilaita vai eivät (Kuusela, 2011). Vanhempien ylioppilastausta on selittänyt selvästi osaamisen eroja (esimerkiksi Metsämuuronen, 2013b).[12] Aineisto jakautuu melko tasaisesti niihin, joilla molemmat vanhemmat ovat ylioppilaita (37 %), joilla vain toinen vanhemmista on ylioppilas (36 %) ja niihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ole ylioppilas (27 %). Vanhempien koulutustausta vaikuttaa niin sanottuun koulutuksen periytyvyyteen – asiaan on kiinnitetty huomiota korkeakouluvalintojen näkökulmasta (Kivinen & Rinne, 1995; Myrskylä, 2009; Ruohola, 2012; Suominen, 2013).

Edellä kuvattujen tekijöiden osuutta osaamisen eriytymisessä tarkastellaan luvussa 4.

11 Tilastokeskuksen mukaan (http://www.stat.fi/til/lop/2014/lop_2014_2015-06-10_tau_003_fi.html) vuonna 2014 lukioissa opiskeli 103 914 opiskelijaa. 0,5 % lukio-opiskelijamäärästä on 520 opiskelijaa.

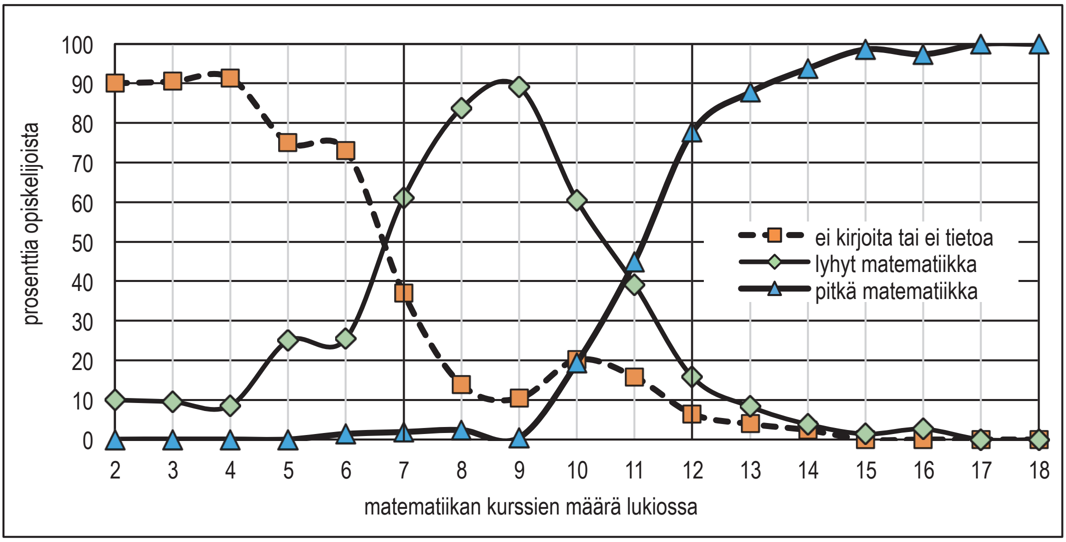
12 Ks. myös Kärnä, Hakonen & Kuusela, 2012, 142–144; Ouakrim-Soivio & Kuusela, 2012; 116–124; Summanen, 2014, 107–110; Venäläinen, 2014, 138–142; Hildén & Rautopuro, 2014, 80; Härmälä & Huhtanen, 2014, 197; Härmälä, Huhtanen & Puukko, 2014, 80.

4 Matemaattinen osaaminen ja asenteet matematiikkaa kohtaan lukiokoulutuksen lopulla

Tässä raportissa käsitellään lukiokoulutuksen loppuvaiheen opiskelijoiden matematiikan osaamistasoa ja asenteita matematiikkaa kohtaan. Erillisissä raporteissa kuvataan asiaa ammatillisen koulutuksen näkökulmasta (Metsämuuronen & Salonen, 2017) ja toisen asteen koulutuksen näkökulmasta kokonaisuutena (Metsämuuronen, 2017).

Perusymmärrys matematiikan kurssien määristä ja vaativuudesta lukiossa johtaa siihen, että ei ole mielekästä käsitellä opiskelijoita yhtenä suurena joukkona vaan pienempinä ryhminä. Lukiokoulutuksessa jako matematiikan pitkään ja lyhyeen oppimäärään tarkentuu, kun aineiston perusteella tiedetään, että opiskelijat jakautuvat itse asiassa *kolmeen* ryhmään sen suhteen, kirjoittavatko he ylioppilaskokeessa matematiikan pitkän vai lyhyen oppimäärän kokeen vai kirjoittavatko he *lainkaan* matematiikkaa. Kuvio 4.8 havainnollistaa sen, että matematiikan pitkän oppimäärän kokeeseen osallistuneet suorittivat matematiikkaa käytännössä vähintään 12 kurssia, matematiikan lyhyen pitkän oppimäärän kokeeseen osallistuneet suorittivat valtaosin 7–11 kurssia ja kun kursseja oli suoritettu vähemmän kuin seitsemän, opiskelijoilla oli tendenssi olla osallistumatta matematiikan kokeisiin ylioppilastutkinnossa. Tätä jakoa hyödynnetään tuonnempana lukioaineistoa kuvattaessa.[13]

13 Aineiston analyysi perustuu siihen tietoon, joka testin tekemisen hetkellä tiedossa oli opintohallintorekisterissä. Ylioppilaskokeeseen ilmoittautuminen oli jo tehty tässä vaiheessa. Tilanne näyttäytyy tästä selvästi poikkeavalla tavalla kun lopulta tiedettiin, kirjoittiko opiskelija matematiikan vai ei. Päätellen puuttuvista ylioppilasarvosanoista näyttää siltä, että noin puolet 8–9 kurssia suorittaneista ei lopulta suorittanut yo-koetta keväällä eikä syksyllä.



KUVIO 4.8 Matematiikan kurssien määrä lukiossa ja ylioppilaskirjoituksiin osallistuminen

Luvussa 4.1 kuvataan osaamistaso ja osaamisen muutoksen suuruus ja asenteet yleisellä tasolla. Luvussa 4.2 kuvataan osaamistasoa ja sen muutosta keskeisten tasa-arvomuuttujien suhteen. Näitä ovat sukupuoli, kieliryhmä, kuntaryhmä ja maantieteellinen alue. Luvuissa 4.3–4.5 tarkastellaan opiskelijaan, kotiin ja perheeseen ja vertaisryhmään liittyviä tekijöitä ja luvuissa 4.6–4.7 opettamiseen ja kouluun liittyviä tekijöitä, jotka selittävät osaamista tai sen muutosta. Ruotsinkielisten lukioiden erityiskysymyksiä käsitellään toisen asteen koulutuksen kokonaisraportissa (Metsämuuronen & Silverström, 2017).

4.1 Matemaattinen osaaminen ja asenteet lukiokoulutuksen lopussa

Kokonaisuutena osaaminen lisääntyy toisen asteen opintojen aikana selvästi. Tästä lisääntymisestä suuri osuus selittyy lukio-opintojen pitkän oppimäärän kurssien vaikutuksella. Osaaminen eriytyy selvästi pitkän ja lyhyen oppimäärän välillä. Vaikka erot koulumuotojen välillä ovat valikoitumisen vuoksi suuret jo toisen asteen lähtövaiheessa, ne kasvavat opintojen edetessä. Suurin osaamisen kasvu lukio-opinnoissa näyttää syntyvän Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella. Näillä osa-alueilla osaamistaan lisäävät myös ne lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeen suorittaneet opiskelijat, jotka suorittivat lukiossa enemmän kuin vain pakolliset kurssit. Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueilla myös vaihtelu on suurinta: heikoimmat opiskelijat olivat perusopetuksen 3. luokan alun tasolla ja parhaimmat selvästi 9. luokan keskitasoa korkeammalla.

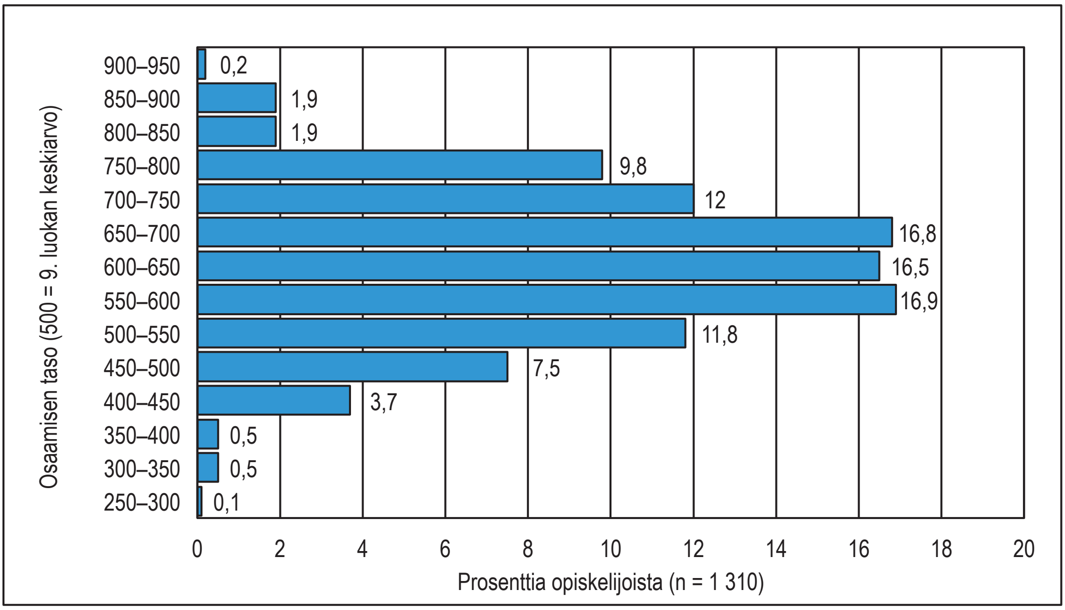
Pitkittäisaineiston näkökulmasta on ilmeistä, että matemaattisen osaamistaso eriytyy jo varhaisina kouluvuosina. Erityisen selkeästi eriytyminen näkyy perusopetuksen yläluokilla 9. luokalle tultaessa ja siitä edelleen toisen asteen loppuun asti. Niiden lukiolaisten, jotka suorittavat vain minimimäärän kursseja, matematiikan osaamistaso pysyy 9. luokalla saavutetulla tasolla.

Lukiokoulutuksen lopussa opiskelijat suhtautuvat matematiikkaan kokonaisuutena neutraalisti. Opiskelijat kuitenkin näkivät selvästi sen tuoman hyödyn tulevaisuuden työelämässä ja jatko-opinnoissa. Opiskelijoiden kokemus itsestään osaajana näyttää melko riippumattomalta osaamistasosta. Lukio-opinnoissa korkea vaatimustaso ja vertailuryhmän tasaisuus saattavat alentaa opiskelijoiden kokemuksen positiivisuutta. Erityisen positiivisia tuntemukset olivat niillä, joiden lukion matematiikan kurssien keskiarvosana oli korkeampi kuin 9,25 riippumatta kurssien määrästä, ja niillä, jotka olivat suorittaneet yli 13 kurssia matematiikkaa.

Tässä luvussa kuvataan päätulokset yleisellä tasolla osaamisen yleisen jakautumisen suhteen (luku 4.1.1), osaamisen eriytymisen suhteen (luku 4.1.2), osaamisen muuttumisen suhteen (luku 4.1.3) ja asenteiden suhteen (luku 4.1.4). Tuloksia tarkennetaan myöhemmissä jaksoissa.

4.1.1 Osaaminen jakautuu melko normaalisti lukiokoulutuksen lopulla

Kokonaisuutena matemaattinen osaaminen lukiokoulutuksen lopussa jakaantuu kahden normaalijakauman ympärille muodostaen leveähkön normaalijakaumaa muistuttavan, aavistuksen verran kaksihuippuisen kuvion (kuvio 4.9). Keskimääräinen osaamistaso oli 627 yksikköä asteikolla, jossa 9. luokan keskiarvo on 500 (taulukko 4.8).



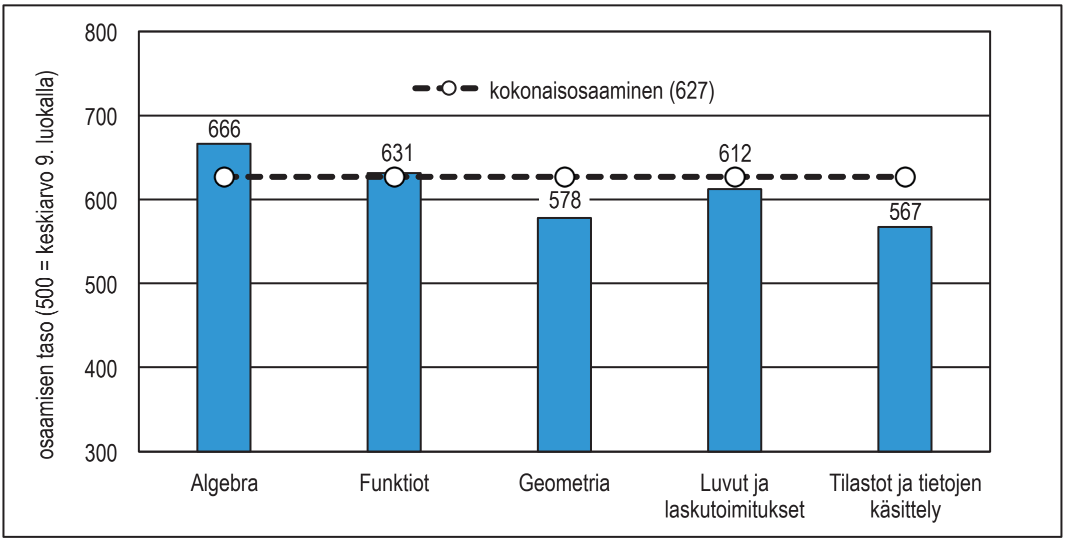
KUVIO 4.9 Kokonaisosaamisen jakautuminen lukiokoulutuksen lopussa

TAULUKKO 4.8. Osaamisen osa-alueiden perustunnusluvut koko aineistossa

Osa-alue	keskiarvo	vaihteluväli	keskihajonta	variaatiokerroin[1]
Kokonaisosaaminen	627	272–935	106,1	16,9
Algebra	666	39–824	120,3	18,1
Funktiot	631	214–956	118,3	18,7
Geometria	578	145–875	136,2	23,6
Luvut ja laskutoimitukset	612	49–716	127,1	20,8
Tilastot ja tietojen käsittely	567	142–606	95,8	16,9

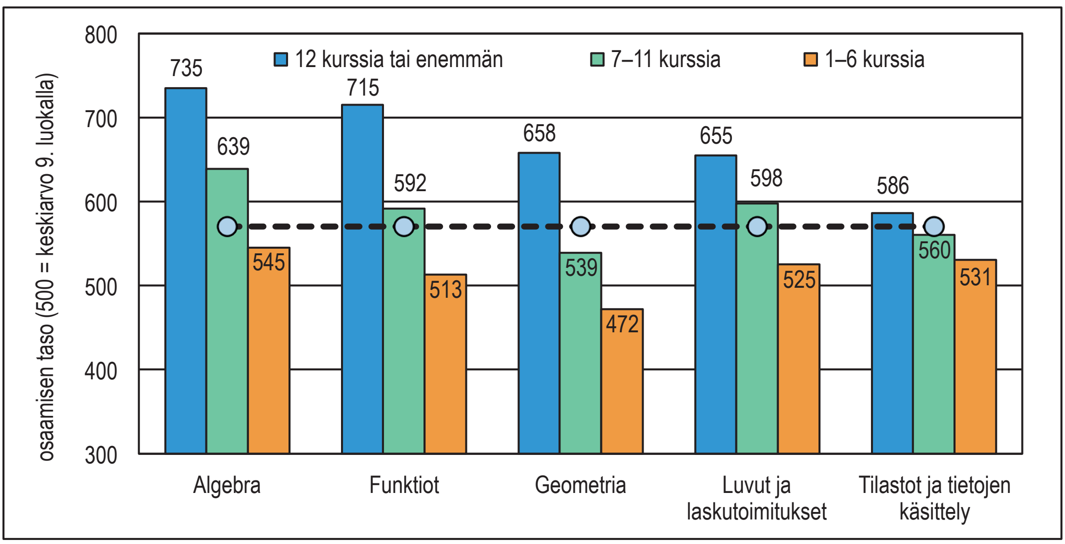
1) keskihajonta/keskiarvo*100 (%)

Matematiikan osaaminen oli parasta Algebran (666) ja Funktioiden (631) osa-alueilla. Selvästi heikommin hallittiin Geometrian (578) sekä Tilastojen ja tietojen käsittelyn (567) osa-alueilta (kuvio 4.10). Viimeksi mainitusta ei voi tehdä pitkälle meneviä johtopäätöksiä, sillä käytetty mittari oli hyvin lyhyt. Taulukosta 4.8 huomataan, että vaihtelu on suurta Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella – vaihteluväli ulottuu 3. luokan tasosta (39–49) yli pitkän matematiikan kirjoittavien keskitason (824).



KUVIO 4.10 Osaaminen matematiikan eri osa-alueilla lukioaineistossa

Suurimmat absoluuttiset erot eri ryhmien välillä syntyvät Algebran (ero 190 yksikköä), Funktioiden (ero 198 yksikköä) ja Geometrian (ero 186 yksikköä) osa-alueilla (kuvio 4.11). Muilla osa-alueilla ryhmien välinen ero on maltillisempi (55–130 yksikköä). Pitkän matematiikan valinneille – käytännössä niille, jotka olivat suorittaneet matematiikkaa vähintään 12 lukiokurssia – suurin osaamisen lisäys tuli Algebran (735) ja Funktioiden (715) osa-alueilla ja pienemmässä määrin Geometriassa ja Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueella (658 ja 655). Selvästi matalimmaksi osaaminen jää Tilastojen ja tietojen käsittelyn (586) osa-alueella. Tämän osa-alueen mittari oli kuitenkin lyhyt ja erottelukyvyltään heikko, mikä saattaa selittää alisuorittamiselta vaikuttavan ilmiön.



KUVIO 4.11 Osaaminen matematiikan eri osa-alueilla lukioaineistossa

4.1.2 Osaaminen eriytyy jo varhaisilla luokilla, mutta selvemmin perusopetuksen yläluokkien aikana ja lukiokoulutuksessa

Osaaminen eriytyy jo varhaisina kouluvuosina (kuvio 4.12). Jo kouluun tullessaan ne opiskelijat, jotka myöhemmin kirjoittavat matematiikan pitkän oppimäärän ylioppilaskokeen, suoriutuvat matemaattisista tehtävistä merkitsevästi ja merkittävästi paremmin (osaaminen -24 yksikköä) kuin ne, jotka myöhemmin suorittavat minimäärän matematiikkaa lukiossa (-85) – keskiarvojen ero koulun alussa oli yli 60 yksikköä.[14] Erot ryhmien välillä ovat samaa suuruusluokkaa 6. luokan alkuun asti, jolloin osaamisen ero 72 yksikköä; aineiston pienen hajonnan vuoksi ero 6. luokan alussa on kuitenkin jopa merkittävämpi kuin koulun alkaessa ja 3. luokan alussa.[15] Yläluokkien aikana osaamisen erot kasvavat huomattavasti niin, että 9. luokan loputtua erot ovat erittäin merkittäviä[16] (117 yksikköä) ja laajenevat lukio-opinnoissa (188 yksikköä), kun lukion pitkän matematiikan valinneet saavat huomattavan lisäarvon opinnoistaan.[17] Pitkittäisaineiston näkökulmasta lukion minimikurssit suorittaneiden opiskelijoiden osaamistaso ei juuri nouse 9. luokalla saavutetusta tasosta. On huomattava, ettei pelkän pitkittäisaineiston pohjalta voida varmuudella sanoa, missä määrin eriytyminen on väistämätöntä ja missä määrin ympäristön ja yksilön itsensä viitoittaman polun toteuttamista. On muistettava, ettei ole selvää, johtuuko eriytyminen oppilaiden todellisista valmiuksista, vai esimerkiksi siitä, että alun perin hyvin pärjäävät saavat kouluvuosien aikana muita kannustavampaa kohtelua tai vahvemman itsetunnon. Selittäjänä voi olla moniulotteinen tekijävyyhti, johon sekoittuu yksilöllisiä ominaisuuksia, vanhempien tukea ja ympäristön reaktioita.

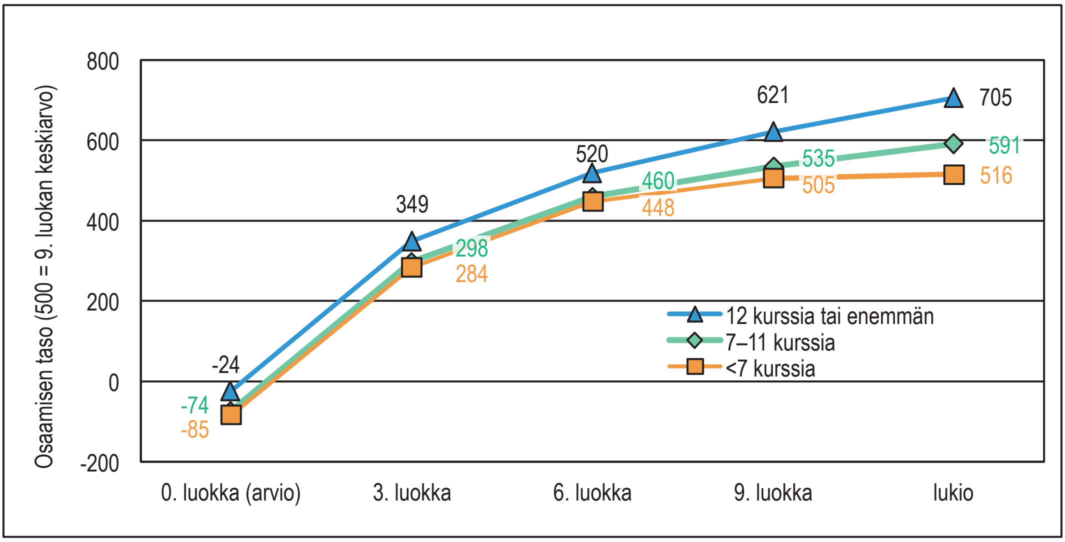
Asia tarkentuu luvussa 4.4.1, jossa käsitellään vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutusta osaamiseen.

14 ANOVA $F(2; 1572) = 46{,}11$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}24$

15 ANOVA $F(2; 1846) = 144{,}07$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}40$

16 ANOVA $F(2; 1893) = 276{,}86$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}54$

17 ANOVA $F(2; 1309) = 445{,}37$ $p < 0{,}001$, $f = 0{,}83$



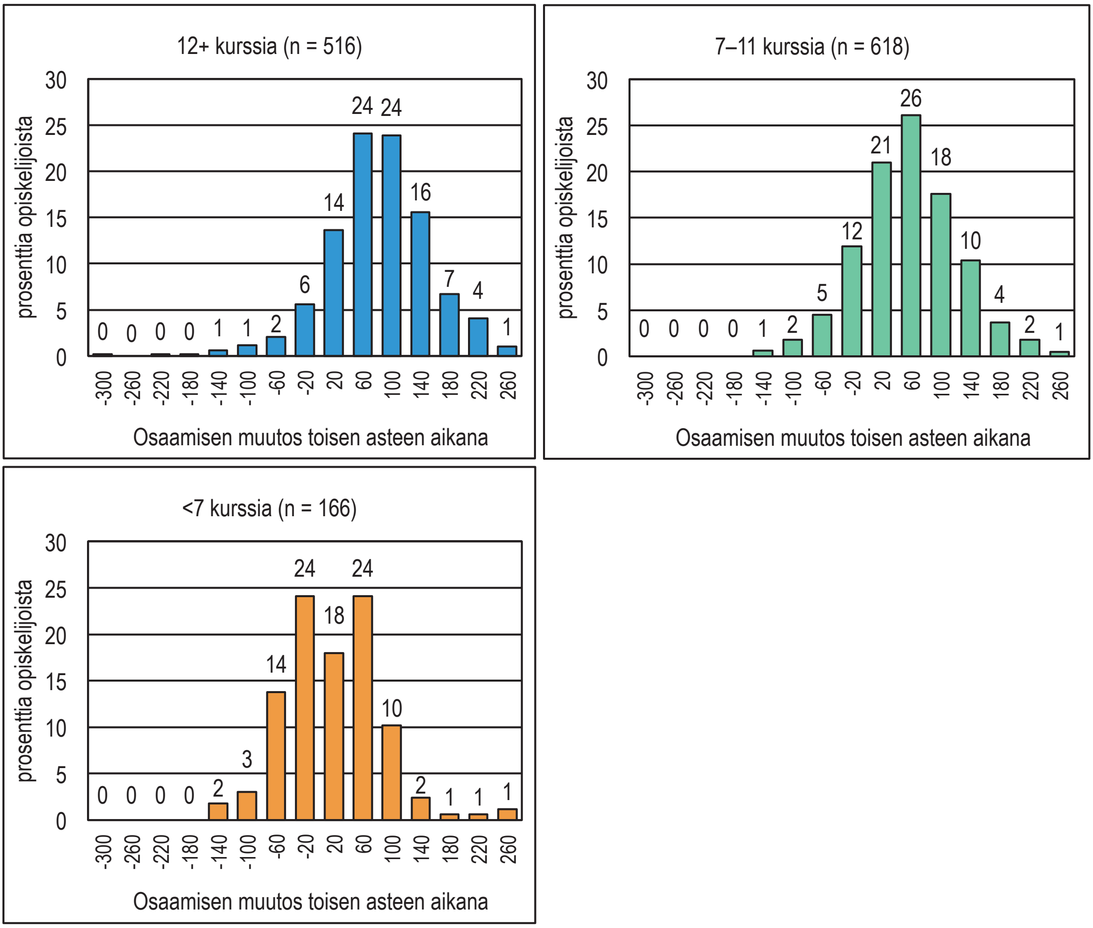
KUVIO 4.12 Osaamisen muutos 13 kouluvuoden aikana

Kuvion 4.12 perusteella tiedetään, että lukion matematiikan pitkän oppimäärän suorittaneilla (vähintään 12 kurssia) osaaminen lisääntyy keskimäärin 84 yksikköä lukiokoulutuksen aikana. Vastaavasti matematiikan lyhyen oppimäärän suorittaneilla, mutta ylimääräisiä kursseja ottaneilla (7–11 kurssia) osaaminen lisääntyi keskimäärin 56 yksikköä. Tiedetään siis, että pitkän matematiikan ryhmässä *yhden vuoden* aikana osaaminen lisääntyy 28 yksikköä ja 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä 19 yksikköä. Tätä tietoa hyödynnetään, kun tuonnempana arvioidaan ryhmien välisten erojen suuruutta. Lukion minimikurssimäärin suorittaneilla – joilla osaaminen ei käytännössä muutu 9. luokan jälkeen – tämän kaltainen vertailu ei ole mielekäs.

4.1.3 Osaamisen polut ovat yksilöllisiä, vaikka säännönmukaisuuksiakin löydetään

Raportissa käsitellään opiskelijoita ryhminä, ja tuloksia kuvataan ryhmien keskiarvoina. Suurempina ryhminä käsiteltäessä opiskelijoista ja heidän taustoistaan löytyy säännönmukaisuuksia, jolloin osaamista ja osaamisen muutosta voidaan selittää mielekkäästi valituilla taustamuuttujilla. Yksittäisen opiskelijan osaamisen polkua ei kuitenkaan voida ennustaa. Opiskelijat, joilla on heikot lähtökohdat matematiikan osaamiseen, voivat saavuttaa hyviä tuloksia – tosin päinvastoinkin voi käydä.

Kuviossa 4.13 havainnollistetaan eri opiskelijaryhmien osaamisen muutosta.[18] Kaikissa opiskelijaryhmissä osaaminen voi sekä nousta että laskea huomattavasti. Äärimmillään kokonaisosaamisen taso on saattanut lukiokoulutuksen aikana joko nousta tai laskea jopa 300 yksikköä. Tämän suuruinen muutos on erittäin suuri. Nämä ääritilanteet ovat harvinaisia ja lienevät seurausta alisuorituksesta jommassakummassa kokeessa.[19]



KUVIO 4.13 Osaamisen muutos opiskelijan kannalta eri lukioryhmissä

18 Osaamisen muutosta kuvaava asteikko on rakennettu siten, että -300 viittaa alle -300 oleviin arvoihin, -260 viittaa arvoihin välillä -300 ja -260 ja niin edelleen kunnes (+)260 viittaa arvoihin välillä 220–260. Arvo -300 tarkoittaa, että osaaminen laski 300 yksikköä ja vastaavasti +260, että osaaminen lisääntyi 260 yksikköä.

19 Kansallisessa arvioinnissa hyvä suoritus ei ole koskaan sattumaa vaan osaamisen seurausta. Heikko suoritus voi olla seurausta siitä, että opiskelijan osaamistaso on aidosti matala. Toisaalta hyväkin opiskelija voi tehdä heikon suorituksen, mikäli ei ole motivoitunut tekemään koetta tosissaan – jos ollenkaan – tai jos hän jättää kokeen kesken syystä tai toisesta. Siksi kyseessä on aina ”näytetty osaaminen”: näin paljon opiskelija halusi näyttää osaamistaan kansallisessa kokeessa. Osaamisen muutoksen arviointi on astetta haasteellisempaa, koska muutos voi olla teknistä seurausta siitä, että opiskelija teki poikkeuksellisen suorituksen alkumittauksessa. Asiaa pohtivat enemmän Kuukka ja Metsämuuronen (2016) tarkastellessaan S2-oppimäärän päättöarvosanojen muodostumista.

Osaamisen taso nousi ja laski eniten matematiikan pitkän oppimäärän opiskelijoilla – molemmat ääripäät ovat edustettuna tässä ryhmässä. Yleisesti ottaen – keskimäärin – suurinta nousua syntyy lukion pitkän (+83) ja lyhyen matematiikan (+56) lukijoiden ryhmissä ja tätä vähemmän lukion lyhyen matematiikan pakollisten kurssien suorittajilla (+19). Erot kaikkien ryhmien välillä ovat merkitseviä ja ero ääriryhmien välillä erittäin merkittävä.[20]

Toinen huomio liittyy jakaumien muotoon. Osaamisen muutos on luonteeltaan normaalisti jakautunut ilmiö. Tästä poikkeuksen tekee lukion ryhmä, jossa opiskeltiin matematiikkaa vähimmäismäärä. Tämä ryhmä näyttää jakaantuvan kahteen populaatioon: niihin, joilla osaamisen taso laskee hieman ja niihin, joilla se nousee selvästi. Ilmiön syytä ei pohdita tässä sen enempää – todetaan vain, että tämä ryhmä poikkeaa muista ryhmistä.

Luvussa 4.3.3 tarkennetaan, kuinka aiempi osaaminen selitti osaamista lukiokoulutuksen lopussa.

4.1.4 Matematiikka koetaan hyödyllisenä, ja siitä saadaan positiivisia tunnekokemuksia

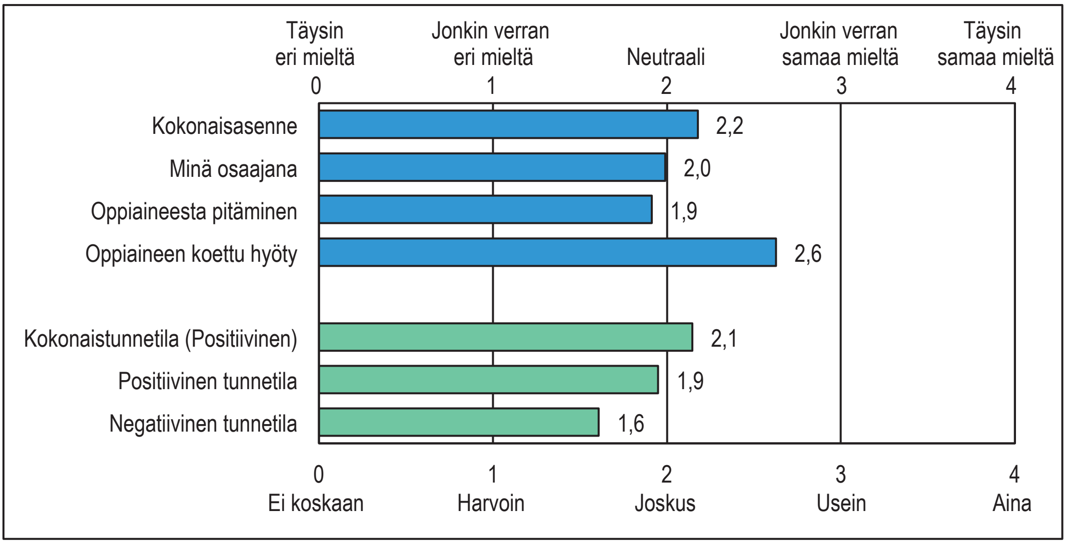
Kansallisissa oppimistulosarvioinneissa oppilaiden ja opiskelijoiden asenteita oppiainetta kohtaan on määritelty kahdella tavalla. Yhtäältä asennoitumiselle on annettu oma itsenäinen arvonsa. Asennoitumista on pidetty tärkeänä affektiivisen eli tunnealueen oppimistuloksena kognitiivisen eli tiedollisen alueen rinnalla. Toisaalta asenteet ovat taustamuuttujina selittäneet oppimistuloksia. Viime aikoina on myös kiinnitetty huomiota affektiivisen alueen selittämisvoimaan kognitiivisen osaamisen hyödyntämisessä (ks. Tuohilampi, 2016). Kaikki näkökulmat ovat perusteltuja, ja niitä tarkastellaan tässä raportissa. Tässä luvussa tarkastellaan asenteita itsenäisinä tekijöinä. Asenteiden osuutta osaamisen selittämisessä käsitellään luvuissa 4.2 ja 4.3. Asenteita käsitellään yhtäältä Fennema–Sherman-testin ja sen osa-alueiden (Oppiaineesta pitäminen, Minä osaajana ja Oppiaineen koettu hyödyllisyys) näkökulmista ja toisaalta matematiikan oppimiseen liittyvien koettujen tunnetilojen (Positiiviset tunnetilat ja Negatiiviset tunnetilat) näkökulmista. Koettua Matematiikka-ahdistusta ja Perheen tukea matematiikan opintoihin sekä niiden osuutta matematiikan oppimisessa käsitellään luvussa 4.3.

Kokonaisuutena arvioiden Fennema–Sherman-testin osa-alueista selkeästi positiivisimmin suhtauduttiin matematiikan hyötynäkökulmiin (kuvio 4.14): 59 prosenttia lukiokoulutuksen loppuvaiheen opiskelijoista koki matematiikan ainakin *jonkin verran* hyödylliseksi tulevien opintojen tai työelämän näkökulmasta ja vain 9 prosenttia oli *jonkin verran eri mieltä* tai *täysin eri mieltä* matematiikan hyödyllisyydestä. Matematiikasta oppiaineena pidettiin selvästi vähemmän: 39 prosenttia opiskelijoista piti matematiikasta ainakin *jonkin verran* ja 32 prosenttia oli *jonkin verran eri mieltä* tai *täysin eri mieltä* väitteistä, joilla kartoitettiin matematiikasta pitämistä. Erot keskiarvoissa ovat merkitseviä ja merkittäviä, kun verrataan opiskelijoiden suhtautumista hyödyllisyyteen ja pitämiseen.[21] Ristiriita hyödyllisyyden ja pitämisen välillä voi johtaa siihen, että opiskelijat koke-

20 ANOVA, F(2; 1252) = 53,80, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}29$

21 Parittainen t-testi OSAA – HYÖTY: $t(1\,998) = -22{,}77$, $p < 0{,}001$, $d = 0{,}51$
Parittainen t-testi PITÄÄ – HYÖTY: $t(1\,998) = -47{,}15$, $p < 0{,}001$, $d = 1{,}05$
Parittainen t-testi PITÄÄ – OSAA: $t(1\,998) = -27{,}35$, $p < 0{,}001$, $d = 0{,}61$

vat oppiaineen hyödyllisenä *periaatteessa* mutta eivät välttämättä halua liittää sitä oman elämänsä merkityksellisiin asioihin. Arvioidessaan omia tunnetilojaan matematiikan opinnoissa opiskelijat ilmaisivat kokeneensa hieman enemmän positiivisia tunteita (keskimäärin 2,1) kuin negatiivisia (1,6). Keskiarvojen ero on merkitsevä mutta ei merkittävän suuri.[22]



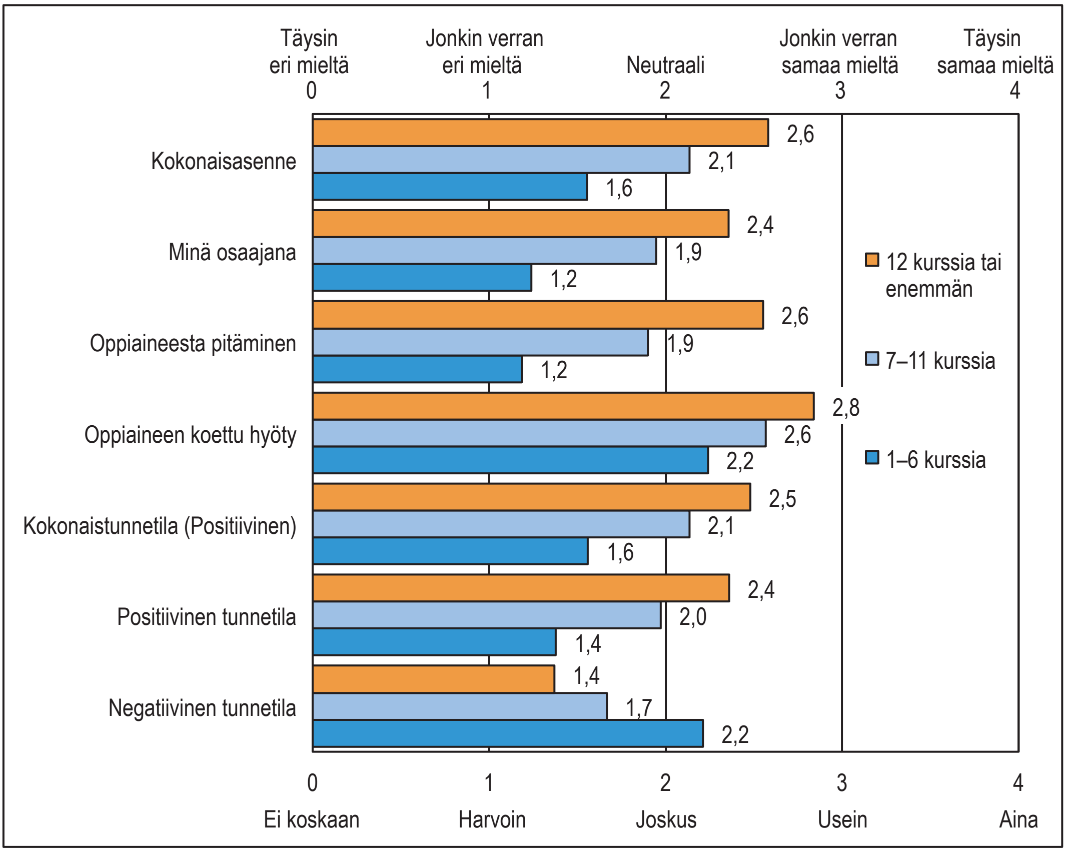
KUVIO 4.14 Asenteen osatekijät koko aineistossa

Matematiikan kokeminen hyödylliseksi poikkesi lukion eri ryhmien välillä (kuvio 4.15). Pitkän matematiikan opiskelijat pitivät selvästi eniten matematiikasta oppiaineena (keskimäärin 2,6; muiden ryhmien opiskelijat 1,2–1,9). Erot keskiarvoissa ovat merkitseviä ja suuria.[23] Suurimmillaan ero on pitämismuuttujassa, pienimillään hyötymuuttujassa. Efektikoko oli suurempi positiivisessa tunnetilassa kuin negatiivisessa tunnetilassa: siis negatiivisuutta koettiin ryhmien välillä hieman tasaisemmin kuin positiivisuutta. On syytä pohtia, miksi suhtautuminen matematiikkaa kohtaan on parhaimmillaankin lähinnä neutraalia. Mikä matematiikan opetuksessa ja sen oppimisessa tekee oppiaineesta lievästi negatiivisen tai vain vähäisessä määrin miellyttävän, kun se oppiaineena mahdollistaisi monenlaista oivaltamisen iloa?

22 Parittainen *t*-testi POS – NEG: $t(1\ 305) = 10{,}38$, $p < 0{,}001$, $d = 0{,}29$

23 ANOVA,
Kokonaisasenne $F(2;\ 1308) = 145{,}95$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}47$
Minä osaajana $F(2;\ 1308) = 110{,}82$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}41$
Oppiaineesta pitäminen $F(2;\ 1308) = 146{,}29$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}47$
Oppiaineen koettu hyöty $F(2;\ 1308) = 45{,}15$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}26$
Kokonaistunnetila (POS) $F(2;\ 1305) = 120{,}32$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}43$
Positiivinen tunnetila $F(2;\ 1305) = 61{,}21$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}31$
Negatiivinen tunnetila $F(2;\ 1305) = 115{,}55$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}42$

Erityisen positiivisia tuntemukset olivat niillä, joiden lukion matematiikan kurssien keskiarvosana oli korkeampi kuin 9,25 kurssien määrästä riippumatta (keskimäärin 2,7), ja niillä, jotka olivat suorittaneet yli 13 kurssia matematiikkaa (2,4). Erityisen vähäisesti positiivisia tuntemuksia (keskimäärin 1,4) oli niillä lukio-opiskelijoilla, jotka olivat suorittaneet korkeintaan kuusi kurssia ja joiden keskiarvosana oli 5,6 tai vähemmän.



KUVIO 4.15 Asenteen osatekijät lukiokoulutuksen aineistossa

4.2 Matemaattinen osaaminen ja asenteet keskeisten tasa-arvomuuttujien näkökulmasta

Miesten matematiikan osaamisen taso oli merkitsevästi korkeampi kuin naisten lukiokoulutuksen lopussa: matematiikan osaamiseltaan parhaista opiskelijoista vain 35 prosenttia on naisia ja 65 prosenttia miehiä. Naiset ovat lukiossa noin yhden vuoden jäljessä miehiä. Kaikissa taitotasoluokissa naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja heidän käsityksensä itsestään osaajana olivat kielteisempiä kuin miehillä.

Eri kieliryhmissä on mahdollisuus saada sama matematiikan osaamistaso. Ruotsinkielisten koulujen oppilaat ovat kirineet kiinni suomenkielisten koulujen oppilaat jo perusopetuksen aikana. Ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommista lähtökohdista, mutta saavuttivat suomenkielisten tason 6. luokan alkuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään tutkituista ryhmistä.

Kokonaisuutena arvioiden eri puolilla Suomea on mahdollisuus saavuttaa sama matematiikan osaamistaso. Maakuntien välillä näyttää olevan selittymätöntä vaihtelua siinä, kuinka paljon osaamistaso muuttuu. Joissain maakunnissa (esimerkiksi Kainuu, Päijät-Häme ja Pirkanmaa) kehittyy kansallisesti arvioiden parasta osaamista ja toisissa maakunnissa (esimerkiksi Kymenlaakso, Itä-Uusimaa ja Varsinais-Suomi) kehittyy kansallisesti arvioiden heikointa osaamista. Kuntaryhmien välillä ei ole eroa opiskelijoiden matematiikan osaamisessa – niin kaupungeista kuin maaseudulta tulleet opiskelijat suoriutuivat lähes identtisesti.

Perinteisesti kansallisissa oppimistulosarvioinneissa arvioinneissa koulutuksellisen tasa-arvon näkökulmiksi on otettu sukupuoleen, kieliryhmiin, maantieteellisiin alueisiin ja kuntaryhmiin liittyvät tekijät. Lähtökohtaisesti pyritään koulutukselliseen tasa-arvoon. Mikäli eroja havaitaan, on syytä pohtia, mitä voitaisiin tehdä, että erot pienisivät. Sukupuolten välisiä eroja käsitellään luvussa 4.2.1, kieliryhmien eroja luvussa 4.2.2, maantieteellisiä eroja luvussa 4.2.3 ja tilastollisten kuntaryhmien välisiä eroja luvussa 4.2.4.

4.2.1 Naiset menestyvät heikommin kuin miehet matematiikassa ja kokevat useammin negatiivisia kokemuksia

Johdattelua ja kirjallisuutta

Aineistossa lukio-opiskelijoiden sukupuolijakaumassa naisia on enemmistö (58 %). Tämä vastaa varsin hyvin naisten osuutta lukio-opiskelijoista: vuonna 2015 naisten osuus lukiolaisista oli 60 %.[24] Aiemmassa pitkittäisarvioinnissa havaittiin 9. luokan lopussa, että matematiikassa parhaimmin menestyneistä oppilaista tyttöjä oli merkittävästi vähemmän kuin poikia (Metsämuuronen, 2013b, 89; ks myös Ellison & Swanson, 2010; Guiso, Monte, Sapienza, & Zingales, 2008). Vain 39 prosenttia

24 https://www.patio.fi/web/pepa-2015-valtakunnallinen/sukupuolijakauma

9. luokan lopun parhaista oppilaista oli tyttöjä ja loput 61 prosenttia poikia. Kokonaisaineistossa toisen asteen lopussa enää vajaa 30 % matematiikan osaamiseltaan parhaista opiskelijoista on naisia (Metsämuuronen, 2017).

Kysymys sukupuolten erosta on merkittävä, sillä eräiden tutkimusten mukaan korkeampi matematiikan osaaminen on yhteydessä korkeampaan tulotasoon (esimerkiksi Altonji & Blank, 1999; Blau, Ferber, & Winkler, 2010; Crawford & Cribb, 2013; James, 2013). Suomessa tiedetään myös, että tekniikan ja liikenteen alan korkeakouluopinnoissa valmistuneista oli naisia vain 23–25 % (Tilastokeskus, 2015). Pääkkönen (2013; ks. myös Hunt, 2011) esittää kirjallisuuden perusteella aliedustuksen syyksi yhtäältä sitä, että tytöt menestyvät ns. STEM-aineissa (science, technology, engeneering, mathematics) poikia heikommin ja päätyvät näin harvemmin teknisille aloille ja toisaalta sitä, että naiset myös jättävät miehiä useammin luonnontieteet, koska eivät ole tyytyväisiä palkkaan ja uralla etenemiseen. Tiedetään myös, että tyttöjen kokemus itsestään matematiikan osaajina on merkitsevästi ja merkittävästi matalampi kuin miesten (Tuohilampi & Hannula, 2013, 244; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2014).

Keskeinen kysymys on *miksi* osaaminen eriytyy sukupuolten välillä jo perusopetuksen aikana. Kysymys voidaan muotoilla toisinkin: miksi tytöt suuntaavat energiansa matematiikan ja STEM-alueiden sijaan mieluummin muihin oppiaineisiin. Pääkkönen (2013) pohtii erilaisia selitysmalleja ja jakaa selitykset arvostuksiin ja rajoitteisiin: tytöt yhtäältä arvostavat erilaisia asioita kuin pojat ja toisaalta he kohtaavat erilaisia rajoitteita, mikä vaikuttavat valintoihin. Sutter ja Rützler (2010, myös Sutter & Glatzle-Rütner, 2014) tiivistävät tutkimusten pohjalta, että arvostuksen eroja ja rajoitteita voidaan selittää muun muassa kulttuurin vaikutuksella (Gneezy, Leonard & List, 2009), sosiaalisella oppimisella (Booth & Nolen, 2012), hormonaalisilla seikoilla (Wozniak, Harbaugh, & Mayr, 2010; 2011) tai erityisesti eroissa kilpailutilanteissa.[25] Näiden tutkimusten mukaan tytöillä on taipumusta karttaa kilpailua ja erityisesti kilpailua poikia vastaan, jolloin he alisuoriutuvat. Eräiden tutkimusten mukaan naisilla näyttää myös olevan miehiä useammin stereotyyppinen käsitys ”nörtteydestä” epämiellyttävän ominaisuutena.[26] Cheryan kollegoineen (2013) tiivistää tutkimusten pohjalta, että ”nörttiys” on sovittamaton naisen roolin kanssa, koska ”nörtit” ovat kiinnostuneempia teknologiasta kuin ihmisistä, heiltä puuttuvat ihmissuhdetaidot (”socially awkward”, ”lack of interpersonal skills”), he ovat fyysisesti vähemmän puoleensavetäviä (”glasses, pale, thin, unatractive”).

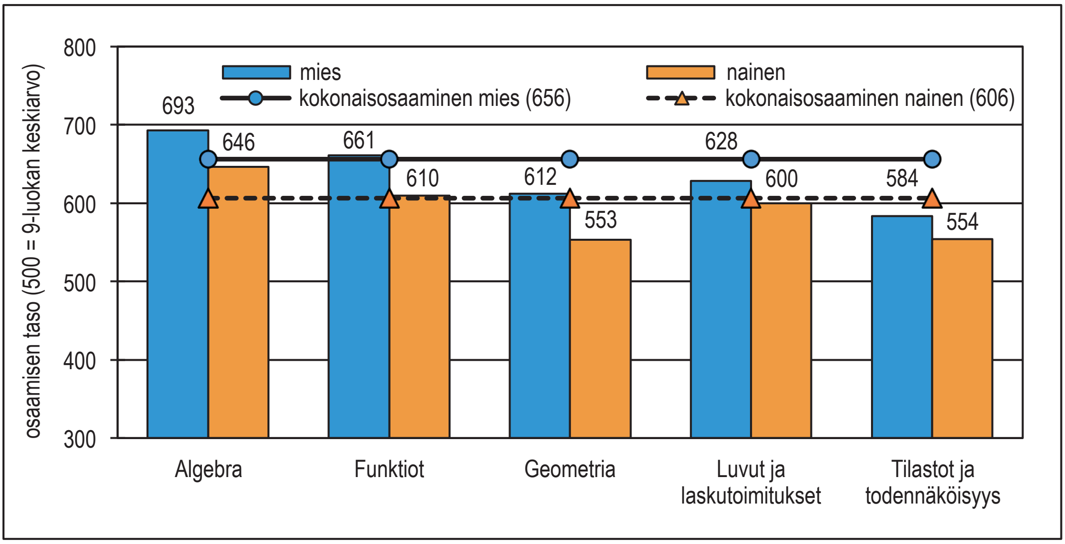
Yksikään tekijöistä ei selitä ilmiötä kokonaan, mutta antavat yhdessä käsityksen siitä, millaisiin tekijöihin opettajan lienee syytä kiinnittää huomiota, kun tyttöjä ja naisia halutaan motivoida matematiikan osaajina ja yleisesti STEM-aloilla.

25 mm. Gneezy, Niederle, & Rustichini (2003), Gneezy & Rustichini (2004), Datta Gupta, Poulsen, & Villeval (2005), Niederle & Vesterlund (2007; 2010), Croson & Gneezy (2009), Gneezy, Leonard, & List (2009), Cason, Masters, Sheremeta (2010), Wozniak, Harbaugh, & Mayr (2010; 2011), Dohmen & Falk (2011), Niederle, Segal, & Vesterlund (2012), Booth & Nolen (2012).

26 mm. Cheryan, Plaut, Hadron, & Hudson (2013), Diekman, Brown, Johnston, & Clark (2010), Cejka & Eagly (1999), Steinke (2005).

Naisten matemaattinen osaaminen on kahden vuoden päässä miesten osaamisesta

Lukioaineistoissa miehet osaavat matematiikkaa merkitsevästi paremmin kuin naiset (kuvio 4.19). Ero on merkitsevä kaikilla ja merkittävä lähes kaikilla osa-alueilla – osa-alueesta riippuen miehet ovat 28–59 yksikköä parempia kuin naiset. Suurimmillaan ero on Geometrian osa-alueella ja pienimmillään Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueella.[27] Kokonaisosaamisen osalta ero lukiokoulutuksen lopussa on noin 50 yksikköä miesten hyväksi, mikä vastaa noin *kahden vuoden* osaamisen muutosta. Tästä näkökulmasta eroa voi pitää erittäin merkittävänä.

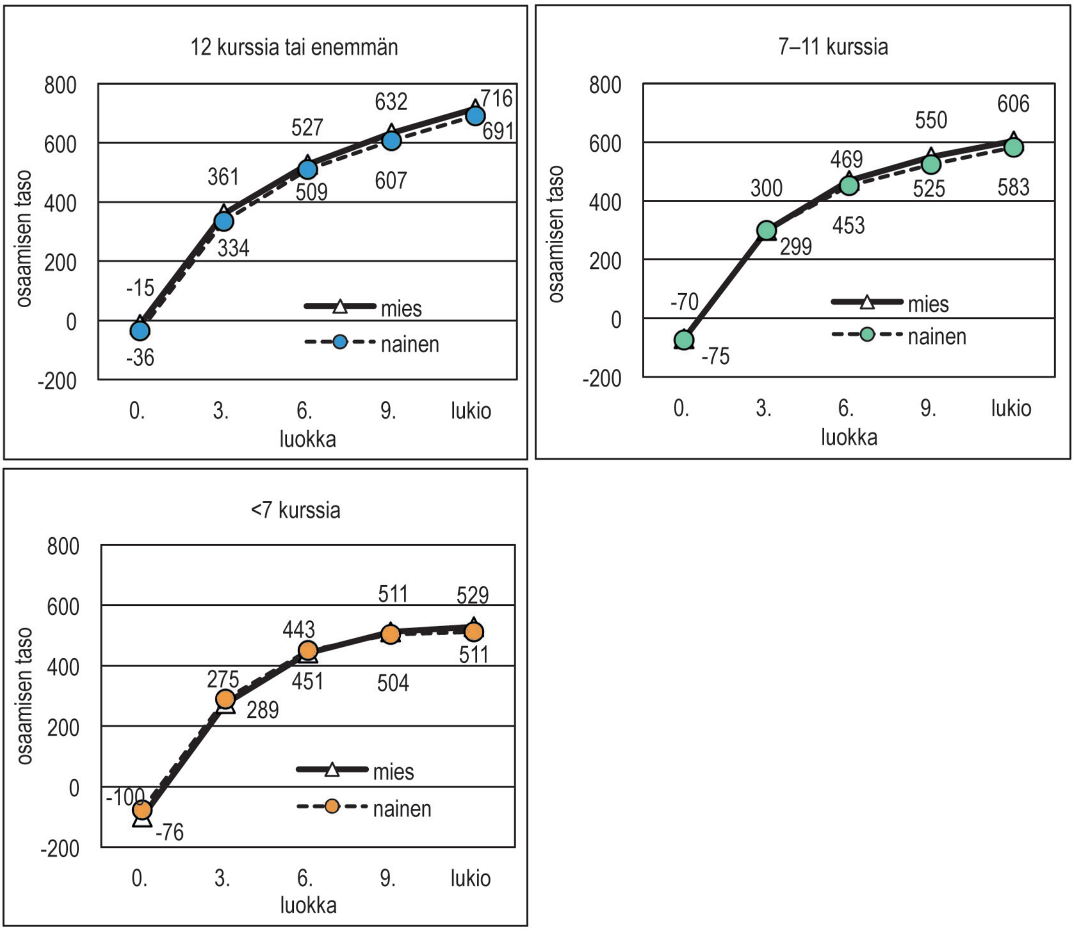


KUVIO 4.16 Sukupuolten väliset osaamisen erot lukiokoulutuksessa

Varhaisina kouluvuosina tyttöjen ja poikien osaaminen ei eroa huomattavasti toisistaan (kuvio 4.17). Lukiokoulutuksen lopussa ero vastaa lukion lyhyen matematiikan suorittaneilla kahden vuosiluokan tasoa kuten edellä todettiin. Lukiossa 7–11 kurssia suorittaneiden opiskelijoiden osaaminen eriytyy jo yläluokkien aikana, mutta kasvaa hieman lukiossa. Lukiossa vähintään 12 kurssia suorittaneiden miesopiskelijoiden osaaminen näyttää olevan hieman naisopiskelijoita parempaa jo varhaisista vuosista lähtien.

27 ANOVA

Kokonaisosaaminen:	F(1; 1308) = 75,12, p < 0,001, f = 0,24
Algebra:	F(1; 1308) = 49,94, p < 0,001, f = 0,20
Funktiot:	F(1; 1308) = 64,06, p < 0,001, f = 0,22
Geometria:	F(1; 1308) = 61,49, p < 0,001, f = 0,22
Luvut ja laskutoimitukset:	F(1; 1308) = 16,31, p < 0,001, f = 0,11
Tilastot ja todennäköisyys:	F(1; 1308) = 31,26, p < 0,001, f = 0,16

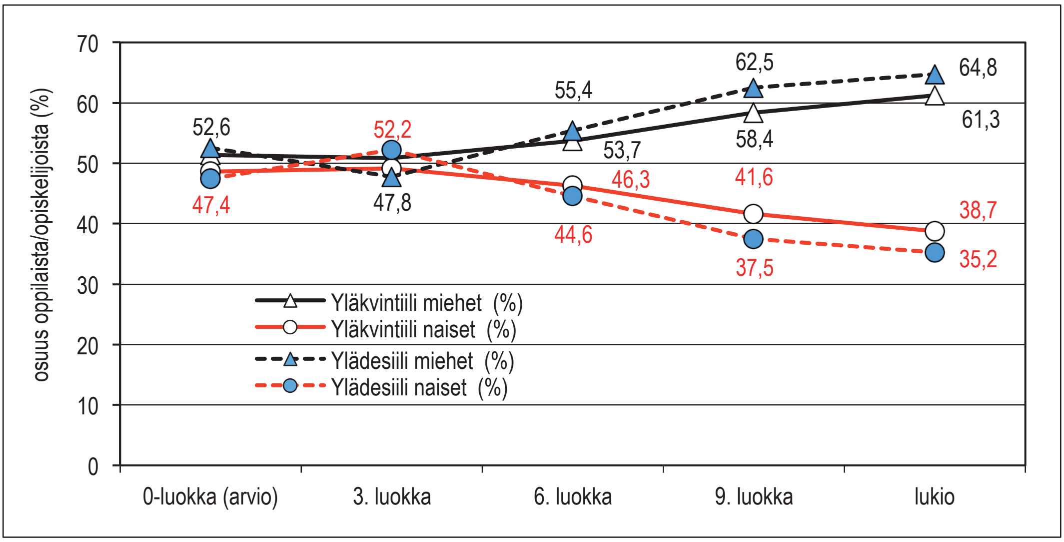


KUVIO 4.17 Sukupuolten välinen ero eri vuosiluokilla lukioon hakeutuneilla

Naisten osuus parhaiden osaajien joukossa on pieni

Aikaisemmassa 9. luokan aineiston yhteydessä huomattiin, että tyttöjen osuus matematiikassa parhaiten menestyneiden oppilaiden joukossa oli 37–42 prosentin tasolla riippuen siitä, tarkasteltiinko ehdottomasti huippuosaajia (parasta desiiliä) vai yleisemmin parhaita osaajia (parasta kvintiiliä). Matematiikassa parhaimmin menestyneistä oppilaista tyttöjä oli siis merkittävästi vähemmän kuin poikia (Metsämuuronen, 2013b, 89). Tyttöjen osuus laski systemaattisesti 3. luokan alun jälkeen – 6. luokan alussa osuus oli 45 prosenttia ja 9. luokan lopussa 37 prosenttia. Lukiokoulutukseen hakeutuneiden naisten osuus parhaimmassa desiilissä on enää 35 prosenttia (kuvio 4.18).[28]

28 Desiilijako on tehty niin, että myös ammatillisen koulutuksen opiskelijat ovat mukana. Lukiovaiheen prosentteja laskettaessa miesten ja naisten suhteelliset osuudet on tasapainotettu. Koska naisia on lukiossa n. 60 % ja miehiä 40 %, naisten todennäköisyys sijoittua parempiin ryhmiin on automaattisesti korkeampi, ellei suhteellisia osuuksia huomioida. Kokonaisaineistossa naisten osuus jää alle 30 prosentin (Metsämuuronen, 2017).



KUVIO 4.18 Parhaiden oppilaiden ja opiskelijoiden sukupuolijakauma

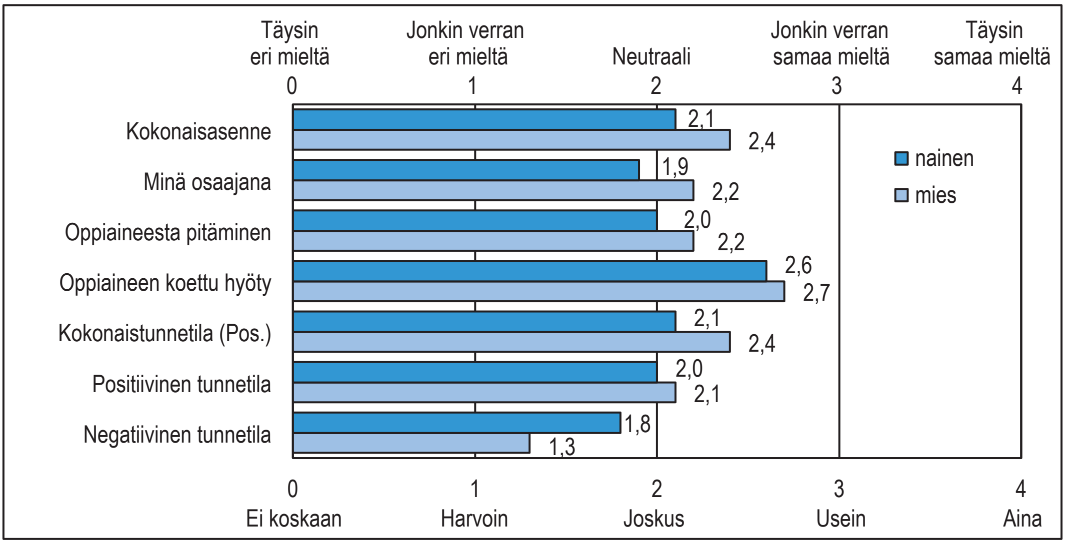
Kuvion perusteella voidaan pohtia, mikä saa aikaiseksi sukupuolten välistä eriytymistä parhaiden opiskelijoiden joukossa. Kaikkein korkeimpia tuloksia saaneiden joukossa poikien osuus korostuu kuudennen luokan mittauksesta eteenpäin. Johtuuko ero joidenkin poikien suuremmasta kiinnostuksesta matematiikkaa kohtaan, opettajan osin tiedostamattomista viesteistä vai muista, vähemmän ilmeisistä syistä? Onko mahdollista, että perusopetuksen aikana hyvien mutta ei aivan huippujen oppilaiden joukossa pojat saavat enemmän rohkaisua "tasonsa nostoon" kuin tytöt? Kuviossa 4.18 näkyy kolmannen luokan kohdalla muun kehityksen kanssa huonosti linjassa oleva tilanne. Syy kolmannen luokan tasaisuuteen voi olla mekaaninen, mutta se voi myös kertoa aidosta ilmiöstä. Kolmannen luokan tilanne herättää kysymyksiä, mutta sen tarkentamiseksi tarvittaisiin lisää aineistoa.

Kaiken kaikkiaan ehdottomasti parhaista matematiikan suorituksia tehneistä opiskelijoista 35 % on naisia ja 65 % miehiä (paras desiili) – parhaassa viidenneksessä naisia on 39 % ja miehiä 61 %. Erot ovat merkitseviä ja merkittäviä.[29] Naisten jatko-opintojen näkökulmasta tilanne näyttäytyy mahdollisuuksia kaventavalta: riippumatta siitä, johtuuko naisten vähäisempi määrä parhaiden matematiikan harrastajien joukossa heidän omasta suuntautumisestaan muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan, matemaattista osaamista tarvitaan esimerkiksi monissa insinööritieteiden, kauppatieteiden tai matematiikan ja tilastotieteen opiskelua vaativissa ammateissa. Vertailutietona huomattakoon, että tekniikan ja liikenteen alan korkeakouluopinnoissa valmistuneista vain 25 % ylemmän ja 23 % alemman korkeakoulututkinnon suorittaneista on naisia (Tilastokeskus, 2015). Mitä vähemmän naisia on parhaiden matematiikan osaajien joukossa, sitä vähäisemmäksi heidän osuutensa tietyissä ammateissa voi jäädä, mikä potentiaalisesti vinouttaa ammattirakenteita sukupuolia syrjivästi.

29 Binomitesti, kvintiili $p < 0{,}001$, $h = 0{,}45$, desiili $p < 0{,}001$, $h = 0{,}60$

Naisten kokemus matematiikasta on selvästi kielteisempi kuin miesten

Asenteista on syytä nostaa esiin kaksi seikkaa. Lukioaineistossa naisten kokemus itsestään matematiikan osaajina on merkitsevästi ja merkittävästi kielteisempi kuin miesten (kuvio 4.19).[30] Tulos on samansuuntainen kuin aiemmin tutkituilla luokka-asteilla 3–9 (Tuohilampi & Hannula, 2013, 244; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2014). Naisopiskelijat kokivat matematiikan opintoja ajatellessaan miesopiskelijoihin verrattuna myös merkitsevästi ja merkittävästi useammin negatiivisia tuntemuksia kuten turhautumista, vihaa, ahdistusta ja avuttomuutta .[31]



KUVIO 4.19 Sukupuolten väliset erot asenteiden osa-alueilla lukiokoulutuksessa

Huomionarvoista on, että naisopiskelijat kokivat miehiä enemmän negatiivisia tunnetiloja kaikissa taitotasoryhmissä (kuvio 4.20). Erot ovat merkitseviä ja merkittäviä lähes kaikissa osaamisryhmissä.[32] Alemmissa osaamisryhmissä (desiileissä[33] 1–3 ja 5) ero naisten ja miesten kokemuksissa omasta osaamisestaan on merkittävän suuri – lähes yhden hajontayksikön suuruusluokkaa.[34] Jostain syystä siis naisopiskelijoiden kokemukset ja tuntemukset ovat selvästi kielteisempiä matematiikkaa kohtaan kuin miesten, jopa parhaimmilla osaamistasoilla. Tämä saattaa osaltaan selittää sitä, miksi naisopiskelijoiden osaamistaso jää miesopiskelijoiden tasoa matalammaksi. Kuviosta 4.20 huomataan myös, että ylimmissä desiileissä (8–10) miesten ja naisten kokemuksessa

30 ANOVA, Minä osaajana $F(1; 1307) = 32{,}53$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}16$

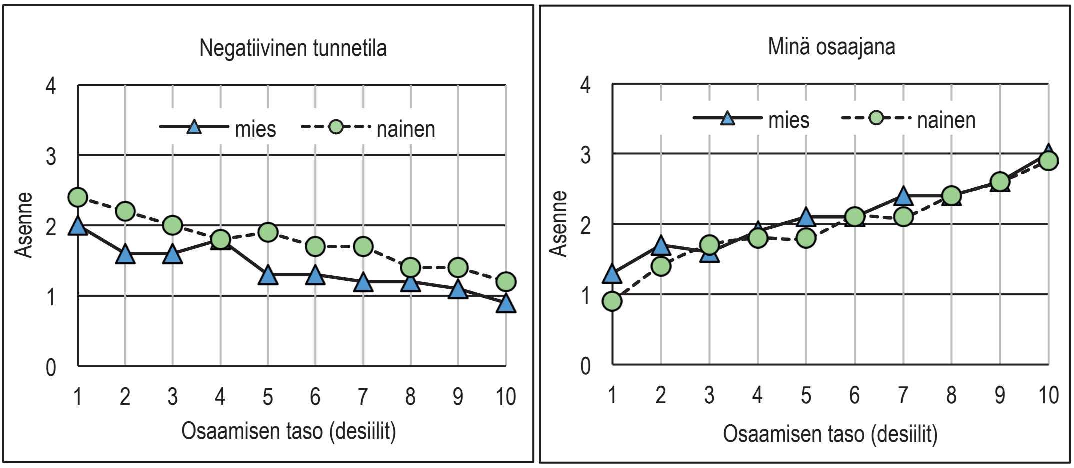
31 ANOVA, Negatiiviset tunnetilat $F(1; 1304) = 114{,}33$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}30$

32 lukuun ottamatta desiilejä 1 ja 4 kaikki merkitsevyydet $p < 0{,}044$ ja efektikoot $f = 0{,}20–0{,}33$.

33 Kun suuruusjärjestykseen asetettu aineisto jaetaan kymmeneen samankokoiseen ryhmään, kukin ryhmä on desiili. Jokaisessa desiilissä on siis yhtä monta opiskelijaa. Jos ryhmät jaettaisiin viiteen ryhmään, käytettäisiin termiä kvintiili. Viisi alinta desiiliä (1–5) edustavat 50 % heikoimmista opiskelijoista. Vastaavasti viisi ylintä desiiliä (6–10) edustavat 50 % parhaista opiskelijoista. Kaksi alinta desiiliä (1–2) ovat heikoin kvintiili ja vastaavasti kaksi ylintä desiiliä (9–10) ovat paras kvintiili.

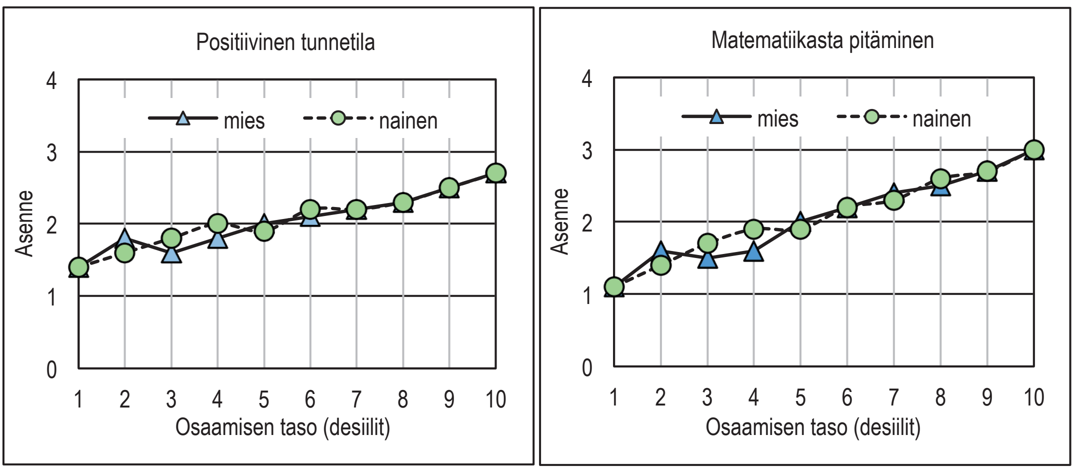
34 lukuun ottamatta desiilejä 1 ($p = 0{,}017$) ja 2 ($p = 0{,}044$) erot eivät ole merkitseviä.

itsestään matematiikan osaajana ei ole lainkaan eroa – tältä osin tilanne poikkeaa 9. luokan lopun tilanteesta. Hyvät opiskelijat tietävät siis sukupuolesta riippumatta olevansa hyviä. Alemmissa desiileissä (1–2) miehet kokevat olevansa parempia kuin naiset, vaikka absoluuttisesti arvioituna osaaminen onkin samansuuruista.



KUVIO 4.20 Negatiiviset tunnetilat ja Minä osaajana sukupuolten välillä eri osaamistasoilla

Vaikka naiset kokivat merkitsevästi ja merkittävästi useammin negatiivisia tuntemuksia pohtiessaan matematiikan opintoja, he kokivat *positiivisia* tunnetiloja sekä matematiikasta pitämistä yhtä paljon kuin miehet kaikilla osaamistasoilla (kuvio 4.21). Toisaalta edellä todettiin, että naisten asennekeskiarvo on merkitsevästi matalampi kuin miesten. Tämä paradoksi selittynee sillä, että ylimmissä desiileissä on erittäin vähän naisia suhteessa miehiin ja näin ollen heillä on pieni vaikutus naisten keskiarvoon.



KUVIO 4.21 Positiivinen tunnetila ja Matematiikasta pitäminen sukupuolten välillä eri osaamistasoilla

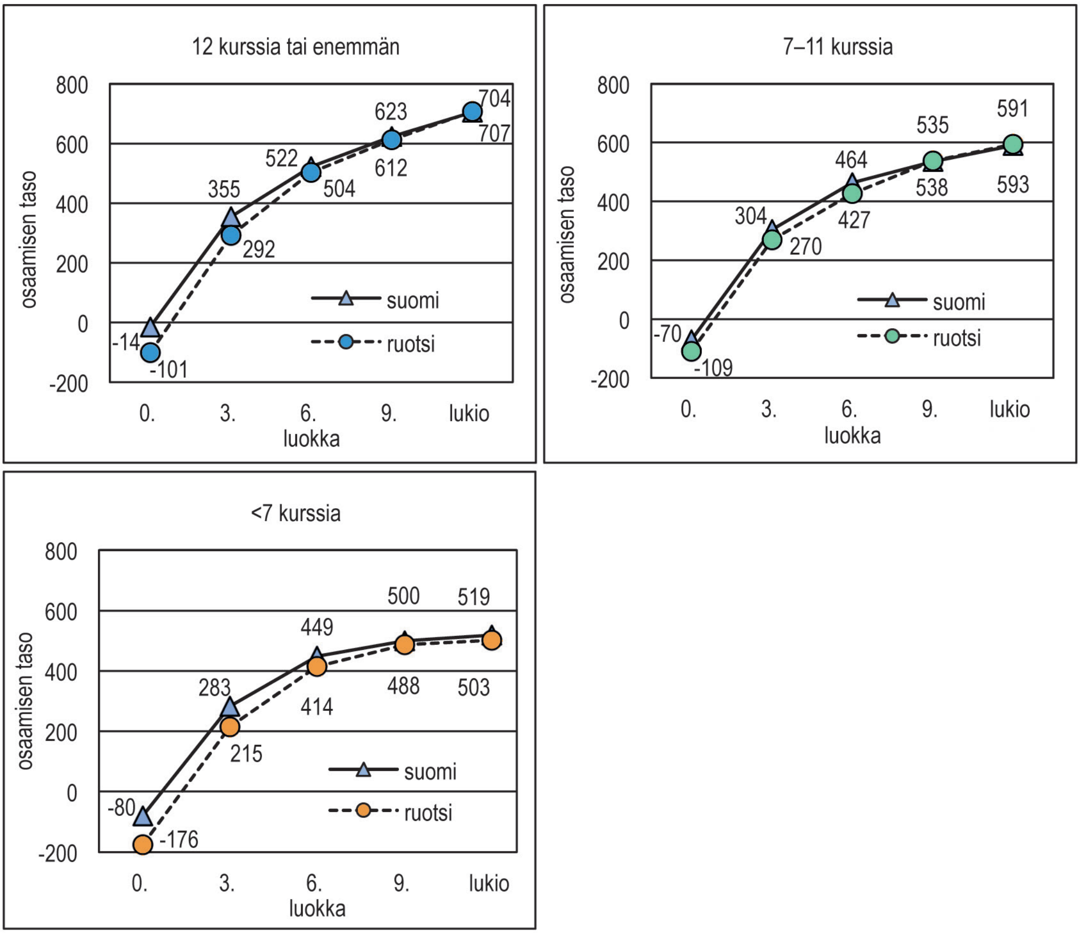
4.2.2 Kieliryhmien välillä ei ole eroa osaamisen suhteen

Kokonaisaineistossa suomenkielellä opiskelevien (n = 1155) ja ruotsinkielellä opiskelevien (n = 155) opiskelijoiden välillä ei ole merkittävää eroa matematiikan osaamisessa lukiokoulutuksen lopussa.[35] Myöskään asenteissa ei ole merkittäviä eroja.[36] Tulos on merkittävä, sillä ruotsinkielisten opiskelijoiden matematiikan osaamistaso oli 6. luokan aineistossa selvästi suomenkielisiä oppilaita matalampi. Erityisesti taajamien ja maaseudun alakoulujen oppilaat olivat 6. luokan alussa samalla osaamistasolla kuin vastaavanlaisissa kouluissa olleet oppilaat 3. luokan alussa (Metsämuuronen 2010b, 105–106). Vielä 9. luokalla ruotsinkielisten maaseutukoulujen oppilaat olivat jäljessä suomenkielisiä oppilaita. Perusopetuksen aikana tapahtunut osaamisen muutos oli suurinta kaupunkien ja taajamien kouluissa, joissa kaksikielisten oppilaiden osuus oli suurinta (Metsämuuronen 2013b, 78, 138–139).

Vaikka osaaminen ei lukiokoulutuksen lopussa poikkeakaan kieliryhmien välillä, ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommista lähtökohdista, kuten kuviosta 4.22 huomataan. Huomionarvoista on, että ruotsinkielisessä aineistossa ei lähtötasolla ole juuri eroa niiden välillä, jotka myöhemmin kirjoittivat matematiikan pitkän (-101) tai lyhyen (-109) oppimäärän ylioppilaskokeen. Selvästi heikommin osasivat ne, jotka suorittivat matematiikassa vain matematiikan pakolliset kurssit (-176). Suomenkielisessä aineistossa eriytyminen ryhmien välillä oli selkeämpää jo kouluun tulon vaiheessa. Näyttää siis siltä, että ruotsinkielisissä kouluissa lapsen matematiikan osaamisen kehitys ei ole niin ennustettavissa kuin suomenkielisissä kouluissa. Yksilötasolla ennustamista ei tietenkään voi tehdä kummassakaan ryhmässä, mutta yleisellä tasolla näyttää siltä, että suomenkielisessä koulutuksessa matemaattisen osaamisen ”uran” pysyvyys on suurempi kuin ruotsinkielisessä.

35 Lukuun ottamatta Tilastot ja tiedonkäsittely -osa-aluetta. Lukiossa kaikkien osa-alueiden osalta $p > 0,36$ ja $f < 0,05$.

36 Lukuun ottamatta HYÖTY- sekä Negatiiviset tunnetilat -komponenttia, kaikkien asenteen osa-alueiden osalta $p > 0,265$ ja $f < 0,09$. Ruotsinkielisillä opiskelijoilla korostuivat hieman painokkaammin matematiikan hyödyllisyyteen liittyvät näkökulmat (p = 0,001), mutta ero suomenkielisiin nähden ei ole merkittävä (f = 0,09) Negatiiviset tunnetilat korostuvat hieman enemmän suomenkielisillä (p = 0,015), mutta ero on tässäkin pieni (f = 0,07).

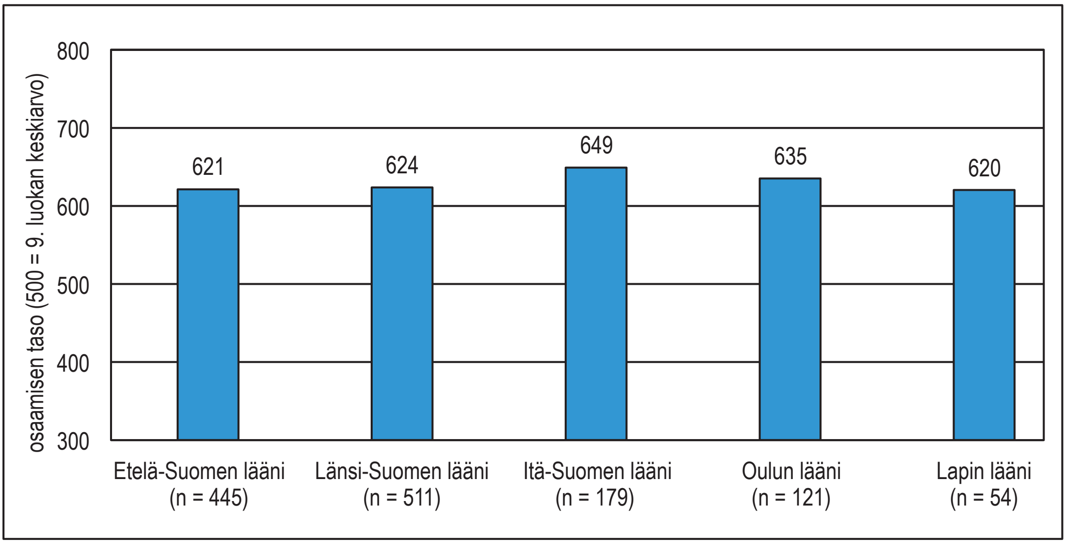


KUVIO 4.22 Osaaminen suomen- ja ruotsinkielisissä kouluissa eri kouluvuosina

Toinen huomio kuviosta 4.22 on, että yleisesti ottaen ruotsinkieliset opiskelijat saavuttivat suomenkielisten tason 9. luokan alkuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään ikä- eikä tasoryhmissä. Poikkeuksen trendistä tekee ryhmä, joka myöhemmin suoritti lyhyen matematiikan yo-tutkintoon johtavat opinnot: tässä ryhmässä ei alun perinkään ollut eroa kieliryhmien välillä. Ruotsinkielisten oppilaiden matala suoritustaso alimmilla luokilla voisi selittyä suomenkielisten- ja kaksikielisten ruotsiksi opiskelleiden oppilaiden heikolla kielitaidolla. Aineiston perusteella huomataan kuitenkin, että nimenomaan *suomen*kieliset oppilaat *nostivat* tasoa ylöspäin (ks. keskustelu ruotsinkielisen aineiston erityiskysymyksistä, Metsämuuronen & Silverström, 2017).

4.2.3 Osaaminen eriytyy maantieteellisesti

Vanhan läänijaon mukaisten alueiden välillä on jonkin verran eroja opiskelijoiden osaamisessa (Kuvio 4.23).[37] Entisten Itä-Suomen läänien alueilta tulleet opiskelijat näyttävät menestyneet kokeessa paremmin kuin Etelä- ja Länsi-Suomen läänin alueelta tulleet opiskelijat. Erot ovat merkitseviä, mutta eivät merkittäviä. Suurin absoluuttinen ero on Lapin läänin ja Itä-Suomen läänin välillä (29 yksikköä). Itä-Suomen ero Etelä-Suomen välillä on 28 yksikköä. Tämä vastaa reilun yhden vuoden opintojen eroa – sekä Etelä-Suomen että Lapin läänin opiskelijat näyttävät siis olevan noin yhden vuoden Itä-Suomen läänin alueen opiskelijoita jäljessä. Ero läänien välillä on merkitsevä mutta ei efektikoolla arvioituna merkittävä.[38] Kokonaisuutena arvioiden lukiokoulutuksen aikana ei havaita erityisen merkittävää koulutuksellista epätasa-arvoa oppimistuloksissa eri puolilla maata.



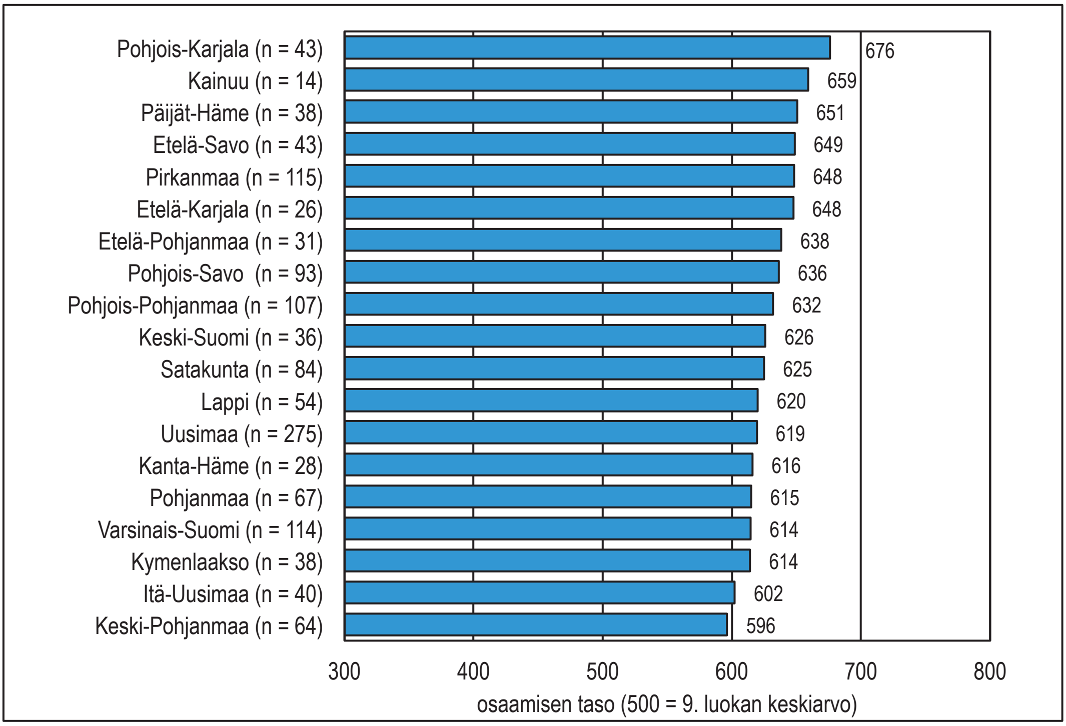
KUVIO 4.23 Osaamistaso eri matematiikan osa-alueilla eri puolilla Suomea

Alueiden välillä ilmenee eroja, kun tarkastellaan asiaa tarkemmin *maakunta*tasolla. Maakuntien välillä näyttää olevan merkittäviä eroja opiskelijoiden keskimääräisen osaamisen näkökulmasta. Heikoimpiin ja parhaimpiin tuloksiin yltävien maakuntien välillä on lukioissa 80 yksikön poikkeama, mikä vastaa yli *kolmen vuoden* osaamisen eroa (kuvio 4.24). Äärimmillään Pohjois-Karjalan maakunnassa keskimääräinen osaamistaso oli 676 kun taas entisen Itä-Uudenmaan alueen lukioissa se oli tasolla 602 ja Keski-Pohjanmaalla tasolla 596. Ero äärimaakuntien välillä on merkitsevä ja merkittävän suuri.[39]

37 Tukeyn testi: Itä-Suomen lääni vs. Etelä-Suomen lääni, p = 0,028; Itä-Suomen lääni vs. Länsi-Suomen lääni, p = 0,050. Kokonaisuutena erot läänien välillä pieniä, $f = 0{,}09$.

38 Lukio, ANOVA, $F(4; 1305) = 2{,}576$, $p = 0{,}036$, $f = 0{,}09$

39 Vertailu vain äärimaakunnissa, ANOVA, $F(1; 129) = 10{,}05$, $p = 0{,}002$, $f = 0{,}28$



KUVIO 4.24 Keskimääräinen osaamistaso lukiokoulutuksen lopussa eri maakunnissa

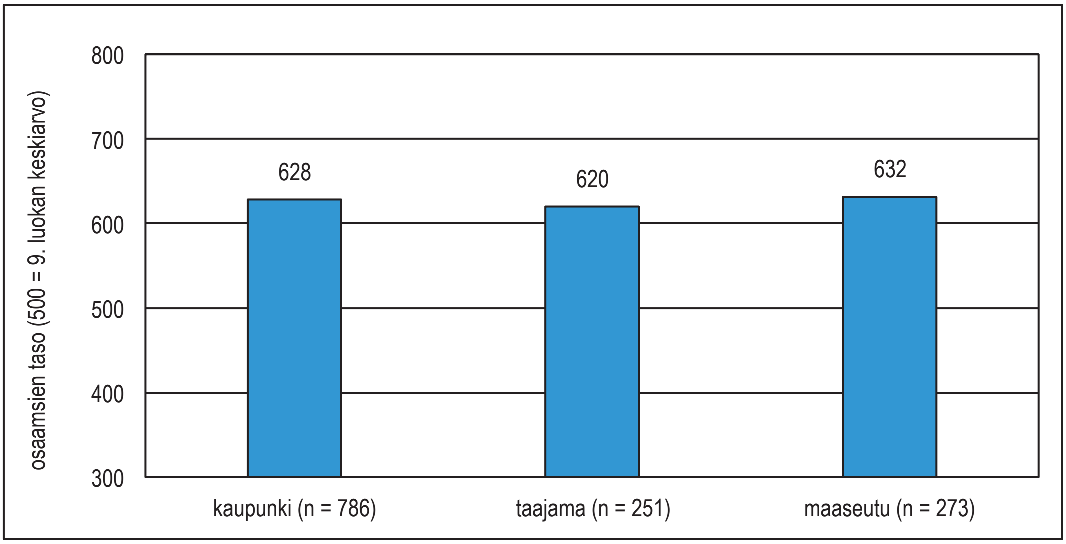
4.2.4 Kaupunkien, taajamien ja maaseudun opiskelijat menestyvät yhtä hyvin

Luvussa 3.3 todettiin, että 60 prosenttia opiskelijoista tuli kaupungeista, 19 prosenttia taajamista ja 21 prosenttia maaseudulta.[40] Lukioaineistossa kuntaryhmien välillä ei ole eroa – niin kaupungeista kuin maaseudulta tulleiden opiskelijoiden matematiikan osaamistasot olivat lähes identtiset (kuvio 4.25).[41] Myöskään asenteissa ei ole merkitseviä eikä merkittäviä kuntaryhmien välisiä eroja.[42]

40 Tässä käytetään vanhaa jakoa vertailukelpoisuuden säilyttämiseksi aiempiin pitkittäisanalyyseihin. Jako ”kaupunkimaisiin”, ”taajamamaisiin” ja ”maaseutumaisiin” kouluihin, oppilaitoksiin tai koulutuksen järjestäjiin on monella tavalla ongelmallinen. Ensiksi ”maaseutumaisia” kouluja on tosiasiallisesti myös kaupungeissa, koska kunnat ovat yhdistyneet isommiksi kokonaisuuksiksi. Aiemmin ”maaseutumaisiksi” kouluiksi luokittuneet koulut ovat nyt teknisesti ”kaupunkikouluja” tai ”taajamakouluja” riippuen kunnasta. Toisaalta, positiivisesti arvioituna, aiemmin maaseutumaiseksi kouluksi luokiteltu koulu saa mahdollisesti nyt ”kaupunkikoulun” edut (kuten opetusresursseja, erityisopetusta jne.), joita aiemmin oli ehkä vaikea järjestää kunnan pienuuden vuoksi. Toiseksi, arvioinnin kannalta on haasteellista, että koulun opetustodellisuus ei muuttunut miksikään vaikka ”maaseutumainen” koulu olisikin nyt ”kaupunkimainen” koulu – koulun opettajamäärä ja ryhmäkoot saattavat edelleen olla pieniä eivätkä oppilaiden tai vanhempien ominaisuudet välttämättä muuttuneet. (Metsämuuronen, 2013a, 139.)

41 Osaamisen osalta kaikki efektikoot lukioaineistossa ovat pienempiä kuin f = 0,04

42 Asenteiden osalta kaikki efektikoot lukioaineistossa ovat pienempiä kuin f = 0,06.



KUVIO 4.25 Keskimääräinen osaamistaso eri kuntaryhmissä

4.3 Opiskelijaan liittyvät yksilölliset tekijät osaamisen selittäjinä

Lukioissa matematiikan kurssien määrällä ja kursseilla saaduilla arvosanoilla voidaan pitkälti selittää lukio-opiskelijoiden erot: lyhyen matematiikan minimikurssimäärän alle 6,5 kurssikeskiarvolla suorittamalla saadaan nipin napin säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamistaso mutta yli 13 kurssia suorittaneiden ja opinnoissa vähintään arvosanan 8 ("hyvä") saaneiden osaamistaso nousee selvästi – keskimäärin 84 yksikköä. On ilmeistä, että hyvään suoritukseen vaadittava osaaminen on hyvin erilaista pitkän ja lyhyen oppimäärän kursseilla. Lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän (6 kurssia) suorittaneiden, arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamistaso vastaa pitkän oppimäärän arvosanan 6–7 saaneiden opiskelijoiden tasoa. Lyhyen oppimäärän minimikurssimääriä enemmän (7–11 kurssia) suorittaneiden, arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamistaso vastaa pitkän oppimäärän arvosanan 8 saaneiden osaamistasoa.

Lukiossa näkyy merkitsevä ja merkittävä ero niiden opiskelijoiden välillä, jotka saivat ja jotka eivät saaneet matematiikan opintoihin erityistä tukea. Monet niistä opiskelijoista, jotka eivät saaneet/tarvinneet erityistä tukea 9. luokalla, tarvitsivat kuitenkin apua lukio-opintojen yhteydessä – näitä opiskelijoita oli 8 prosenttia. Poissaolojen määrä selittää osaamista tilastollisesti merkitsevästi, joskaan erot ryhmien välillä eivät ole merkittävän suuria. Parhaat tulokset saatiin ryhmässä, jossa poissaoloja ei juuri ollut ja jossa viihtyminen oli erinomaista.

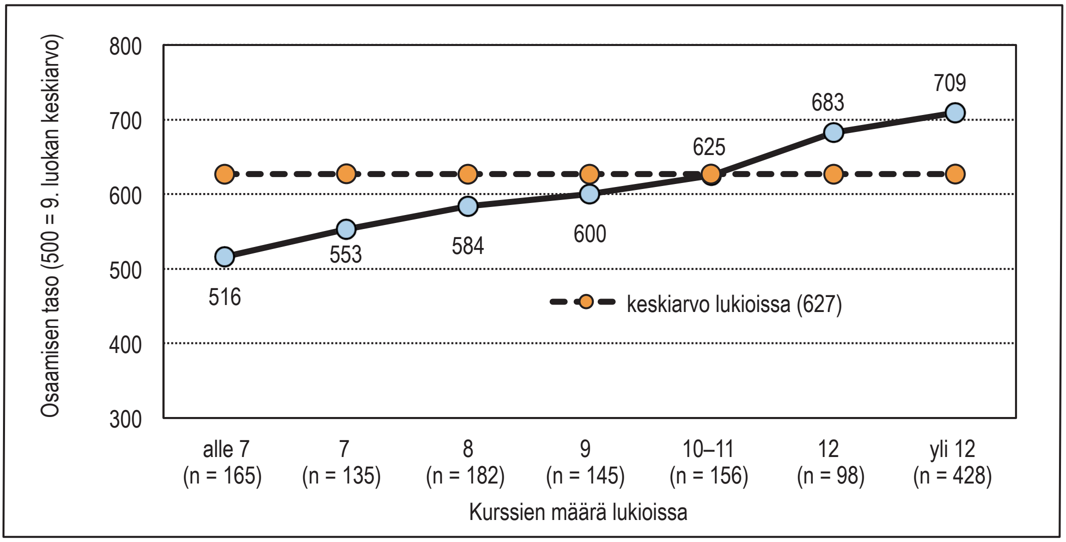
Kokonaisasenne korreloi osaamistasoon selvästi ja näin asenteilla näyttää olevan siis suuri merkitys osaamisessa toisen asteen koulutuksessa. Emme tosin aukottomasti tiedä, seuraako positiivinen asenne hyvästä osaamisesta vai hyvä osaaminen positiivisesta asenteesta. 9. luokan kokonaisasenne ja -osaaminen selittävät sekä lukioon hakeutumista että matematiikan kurssien määrää. Mitä parempi osaaminen ja positiivisempi käsitys matematiikasta oppiaineena 9. luokalla, sitä todennäköisempää on valita lukio-opinnot ja lukiossa useampia kursseja matematiikkaa – ei siis vain pitkään oppimäärään vaadittavia kursseja vaan ylipäänsä.

Tässä osuudessa tutkitaan opiskelijaan liittyviä tekijöitä osaamisen erojen selittäjinä. Kurssimääriä ja kurssiarvosanoja käsitellään luvuissa 4.3.1 ja 4.3.2. Lähtötasoa käsitellään luvussa 4.3.3. Erityisen tuen tarvetta ja kouluviihtyvyyttä tarkastellaan luvuissa 4.3.4 ja 4.3.5 ja asenteiden yhteyttä opintopolkuihin luvuissa 4.3.6 ja 4.3.7.

4.3.1 Kurssivalinnoilla on oleellinen vaikutus osaamisen kehittymiseen

Luvussa 1.2 asetettiin toisen asteen loppuvaiheeseen liittyvä erityiskysymys, jota tarkastellaan tässä osuudessa: Miten matematiikan kurssien määrä on yhteydessä osaamiseen lukio-opinnoissa?

Jo pääjakson alussa luvussa 4 todettiin, että suoritettujen kurssien määrä lukiossa oli selvästi yhteydessä siihen, kirjoittiko opiskelija matematiikan lyhyen vai pitkän oppimäärän ylioppilaskokeen vai kirjoittiko matematiikkaa lainkaan. DTA jakaa lukio-opiskelijat vieläkin tarkempiin ryhmiin. Analyysi löytää matematiikan kurssien määrästä seitsemän toisistaan tilastollisesti merkitsevästi (ja merkittävästi) poikkeavaa ryhmää: korkeintaan 6 kurssia[43] (jossa osaamistaso oli 516), 7 kurssia (553), 8 kurssia (584), 9 kurssia (600), 10–11 kurssia (625), 12 kurssia (683) ja yli 12 kurssia (709).[44] Osaamisero on eri ryhmien välillä suuri. Vaihteluväli on 193 yksikköä verrattaessa niitä, jotka suorittivat korkeintaan 6 kurssia matematiikkaa niihin, jotka suorittivat yli 12 kurssia (Kuvio 4.26).



KUVIO 4.26 Kurssien määrän yhteys osaamistasoon

Kurssien määrä yksinään selittää osaamisen vaihtelusta lukioissa 41 prosenttia[45], mikä on varsin korkea selitysaste, sillä esimerkiksi sukupuoli selittää vaihtelusta vain 2–5 prosenttia.[46] Toisaalta myös saadut arvosanat lisäävät selitysastetta merkitsevästi; kurssien määrä ja arvosanat yhdessä selittävät osaamisen vaihtelusta peräti 59 prosenttia.[47] Tämä on tietenkin ymmärrettävää, sillä jos osaamistaso on aidosti heikko, ei ole juuri väliä, onko suorittanut heikosti 6 kurssia vai 10 kurssia. Samoin on ymmärrettävää, että vaikka olisi saanut hyviä arvosanoja pakollisilla peruskursseilla, osaamistaso ei välttämättä vastaa lainkaan samaa tasoa kuin jos olisi saanut hyviä arvosanoja syventäviltä jatkokursseilta. Niinpä molemmat tiedot ovat tärkeitä osaamisen selittämiseksi. DTA löytää kurssien määrän ja niistä saatujen arvosanojen yhdistelmistä 14 ryhmää, jotka poikkeavat toisistaan merkitsevästi ja merkittävästi. Tiivistetysti analyysin tulos on kuvattu taulukossa 4.9.

43 Teknisesti kuusi kurssia on minimi tutkinnon suorittamiseksi. Aineistossa kuitenkin oli mukana opiskelijoita, jotka opintorekisterin mukaan olivat suorittaneet vähemmän kuin 6 kurssia.

44 DTA, CHAID algoritmi, lukioaineisto ANOVA F(6; 1302) = 168,04, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}88$

45 Lineaarinen Regressioanalyysi $R = 0{,}64$, $R^2 = 0{,}41$

46 Selitysaste $\eta^2 = 0{,}054$

47 Lineaarinen Regressioanalyysi $R = 0{,}77$, $R^2 = 0{,}59$, $R^2_{Adj} = 0{,}59$

TAULUKKO 4.9. Kurssien määrän ja arvosanan yhteys osaamistasoon lukioissa (DTA:n pohjalta)

Taso-ryhmä	N	Kurssien määrä	Kurssien keskiarvosana	Osaamistaso
1	59	7	6,5 tai alle	497
2	165	6 tai alle	arvosanoista riippumatta	516
3	91	9	7,7 tai alle	571
4	182	8	6,6–7,8	584
5	57	10	6,5 tai alle	595
6	76	7	yli 6,5	596
7	99	11	yli 6,5	642
8	54	9	yli 7,7	650
9	195	yli 12	7,7 tai alle	659
10	98	12	alle 7,8	683
11	93	yli 12	7,8–8,7	723
12	58	yli 12	8,7–9,25	751
13	82	yli 12	yli 9,25	784

Kun yhdistetään lukioaineistossa kurssien määrä ja niistä saadut arvosanat, heikoin osaamistaso on niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat 7 kurssia joiden keskiarvosana oli korkeintaan 6,5 (497 eli hieman alle 9. luokan keskitason) ja paras osaamistaso niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat yli 12 kurssia ja saivat keskiarvosanakseen vähintään 9,25 (784). Ero osaamisessa on ääriryhmien välillä siis lähes 300 yksikköä. Ero on todella suuri, kun otetaan huomioon, että 6. luokan alun ja 9. luokan lopun välillä keskimääräinen osaaminen kasvoi noin 100 yksikön verran. Matematiikan lyhyen oppimäärän pakolliset kurssit suorittamalla lukioissa saadaan siis nipin napin säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamistaso mutta yli 12 kurssia suorittaneiden ja opinnoissa vähintään hyvin menestyneiden osaamistaso nousee keskimäärin 84 yksikköä.

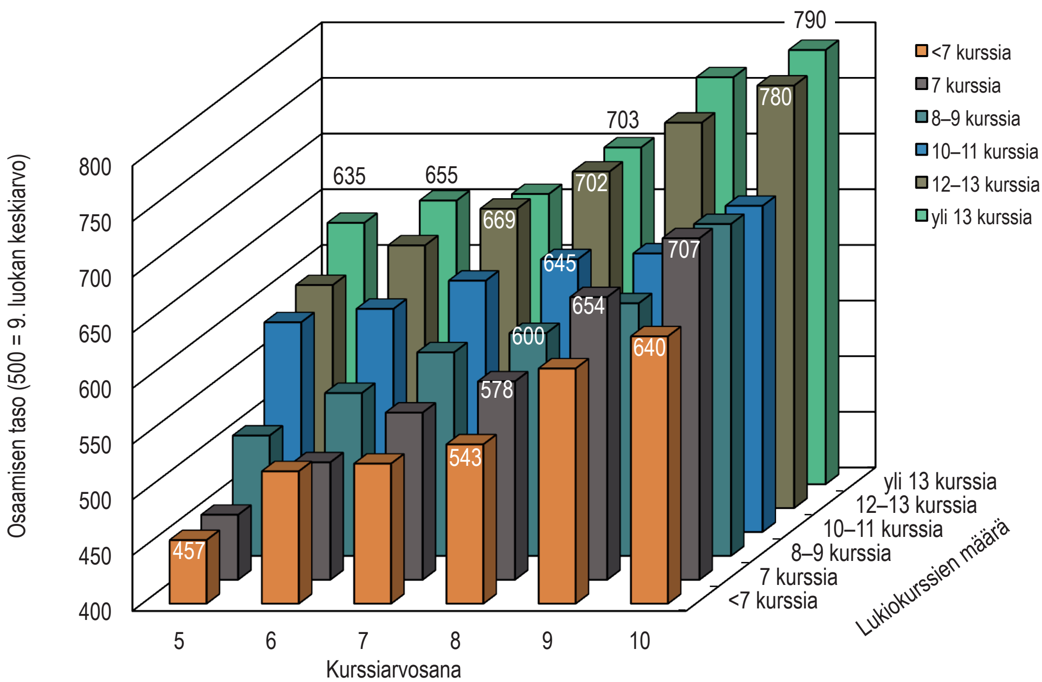
Analyysia syvennetään seuraavassa pääjaksossa, jossa tarkastellaan, miten arvosanat ja osaaminen vastaavat toisiaan eri kurssivalintojen tehneiden välillä.

4.3.2 Kurssimäärät ja arvosanat yhdessä selittävät osaamistasoa lukiossa

Osaamistasot vastaavat toisiaan eri arvosanaluokissa riippuen kurssien määristä

Luvussa 1.2 asetettiin lukiokoulutuksen loppuvaiheeseen liittyvä erityiskysymys, jota tarkastellaan tässä osuudessa: Kuinka suuri osaamisen ero syntyy lukioissa matematiikan lyhyen ja pitkän oppimäärän opiskelijoiden välille? Asiaa tarkastellaan kurssiarvosanojen näkökulmasta. Yhtäältä voi olla kiinnostavaa tietää, kuinka eri arvosanaluokkiin sijoittuneiden opiskelijoiden osaaminen vastaa toisiaan, kun otetaan huomioon kurssien määrä ja toisaalta voi olla kiinnostavaa tietää, kuinka arvosanan 8 (joka perusopetuksessa määritellään tasoksi ”hyvä”) saaneet opiskelijat poikkeavat toisistaan.

Kuvioon 4.32 on yhdistetty tieto opiskelijan valitsemien kurssien määrästä, kursseilla saaduista arvosanoista ja arviointikokeessa osoitetusta osaamistasosta. Aineiston perusteella näyttää siltä, että korkeintaan 7 kurssia opiskelleiden osaamistasossa on erittäin suuria eroja kurssiarvosanojen mukaan. Minimikurssimäärän opiskelleiden ja arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaaminen (640) vastaa samaa tasoa kuin opiskelijoilla, jotka olivat saaneet arvosanan 8 opiskeltuaan 8 tai 9 kurssia (654) ja opiskelijoilla, jotka olivat saaneet keskiarvosana arvosanan 5–6 opiskeltuaan yli 13 kurssia (635–655). Vastaavasti 7 kurssia opiskelleiden mutta arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaaminen (707) vastaa samaa tasoa kuin opiskelijoilla, jotka olivat saaneet arvosanan 8 opiskeltuaan vähintään 12 kurssia (702–703). Luonnollisesti yli 13 kurssia suorittaneilla on sellaista vaativien jatkokurssien sisältöjen osaamista, jota 7 kurssia (tai vähemmän) suorittaneilla ei ole, mutta 9. luokan sisältöjen osaamisessa tasot vastaavat toisiaan. Kokonaan oma ryhmänsä ovat ne opiskelijat, jotka olivat suorittaneet vähintään 12 kurssia keskiarvosanoilla 9–10 (746–790).



KUVIO 4.27 Lukiokurssien määrän ja arvosanan yhteys matematiikan osaamistasoon

Matematiikan lyhyen ja pitkän oppimäärän arvosanat voidaan saattaa vertailukelpoisiksi

Kuviosta 4.27 havaitaan, että vain pakolliset kurssit suorittaneiden keskimääräinen osaamistaso jää ymmärrettävästi matalimmaksi (543 arvosanalla 8) ja 7 tai 9 kurssia suorittaneilla osaamistaso on selvästi korkeampi (578–600). Tästä seuraava ryhmän, 10 tai 11 kurssia suorittaneiden ”hyvä” on tasolla 645 ja vähintään 12 kurssia suorittaneiden ”hyvä” on tasolla 702–703. Erot osaamisessa ovat erittäin merkittäviä.[48] Seikalla voi olla merkitystä jatko-opintoihin hakeutumisessa, jos osa

48 ANOVA, vain arvosanan 8 saaneet oppilaat, $F(5; 296) = 44{,}78$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}87$

korkeakoulun pääsypisteistä muodostuu lukion päästötodistuksen ja siellä matematiikan arvosanan perusteella eikä lyhyen ja pitkän kurssimäärän arvosanoja painoteta kurssimäärillä.

Perusopetuksessa vertailukelpoinen arvosana on arvosana 8, jota arvioidaan "hyvän" osaamisen kriteerien perusteella. Lukiossa arvosanan 8 standardia ei ole määritelty, joten eri oppilaitoksissa arvosana 8 voi muodostua – ja muodostuukin kuten huomataan luvussa 4.6.3 – eri perustein ja erilaisen osaamisen perusteella. On myös ilmeistä, että arvosanan 8 saaneilla opiskelijoilla on lukiossa hyvin erilainen osaamistaso riippuen siitä, kuinka monta kurssia he ovat suorittaneet. Aineiston perusteella ei tiedetä, mikä tuli olemaan opiskelijan lopullinen arvosana lukion päästötodistuksessa. Oletetaan, että lopullinen arvosana syntyisi kurssiarvosanojen keskiarvona – ja sallitaan tähän pientä epävarmuutta.

Edellisestä tiedetään, että sekä matematiikan kurssien määrä että niissä saatu arvosana selittävät osaamista. Näin lukio-opiskelijan vertailukelpoisempi osaamistaso voidaan aineistossa karkeasti arvioida suoritettujen kurssien ja näistä saanut keskiarvosanan perusteella seuraavalla mallilla:

Osaamistaso = 194,85 + 16,88 x Matematiikan kurssien määrä + 35,19 x Matematiikan kurssien keskiarvosana

Malli selittää osaamistasosta 60 %, mikä empiiriseksi malliksi on varsin korkea, mutta sallii yksilökohtaiset poikkeamat.[49] Voimme siis ennustaa, että opiskelijan, joka oli suorittanut 12 kurssia keskiarvosanoilla 10, osaamistaso olisi karkeasti 194,85 + 16,88 x 12 + 35,19 x 10 = 741. Vastaavasti opiskelijan, joka olisi suorittanut vain 6 kurssia ja saanut niistä keskiarvosanan 10, osaamistaso olisi 194,85 + 16,88 x 6 + 35,19 x 10 = 648. Malli tarkentuu luvussa 4.6.3, jossa käsitellään oppilaitoksen vaatimustasoa ja arvosanalinjaa; osoittautuu, että ennuste tarkentuu, kun tiedetään, tuliko opiskelija vaatimustasoltaan vaativasta vai vaatimattomammasta oppilaitoksesta. Osoittautuu lisäksi, että yllä esitetyn mallin haaste on se, että vaikka kurssien määrät ja sisällöt ovat teknisesti samoja, niistä saatavat arvosanat eivät ole vertailukelpoisia. Arvosanan antamista tarkastellaan luvussa 4.6.3, jossa pohditaan asiaa opettajan näkökulmasta; kuinka osaamistaso vaikuttaa arvosanan antamisen linjoihin eritasoisissa kouluissa.

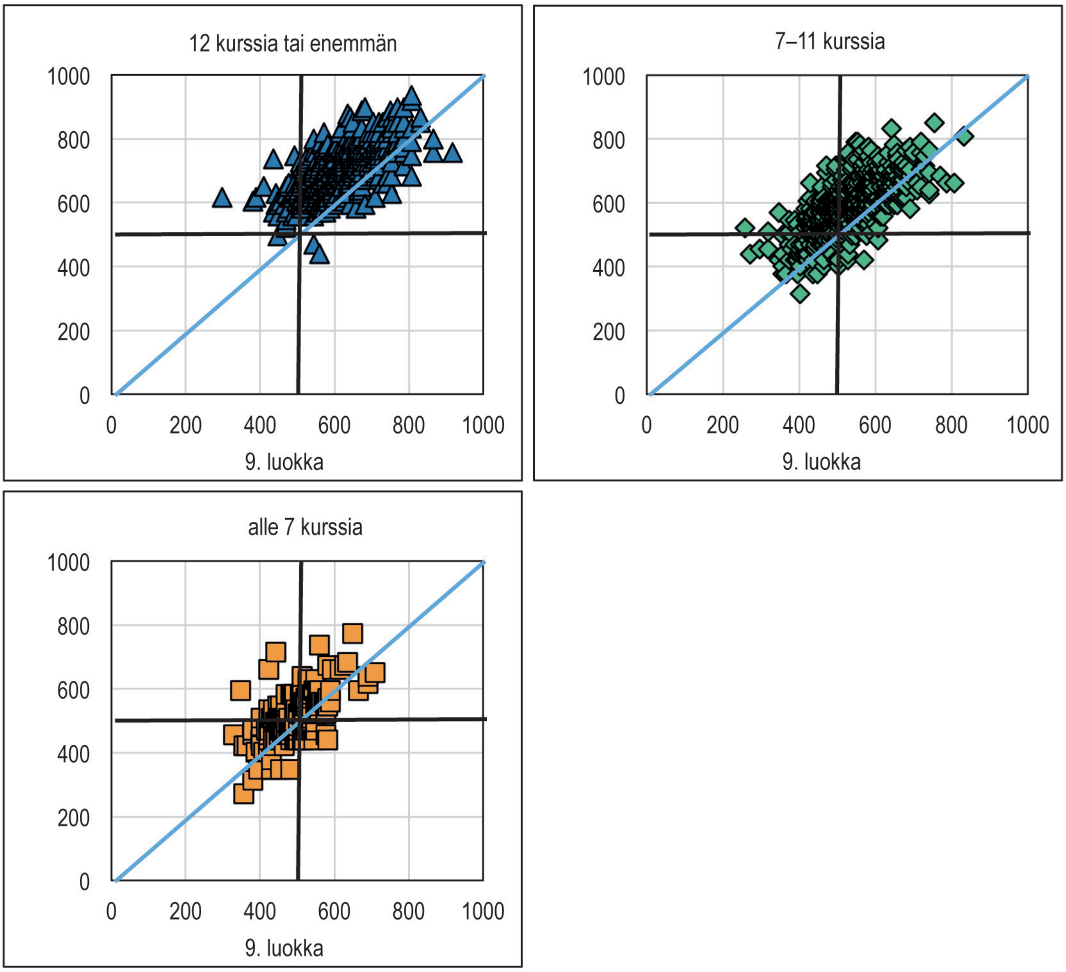
4.3.3 Osaaminen 9. luokan lopussa selittää osaamisen tasoa lukiokoulutuksen lopussa

Äärimmillään kokonaisosaaminen on saattanut lukiokoulutuksen aikana joko nousta tai laskea jopa 300 yksikköä suuntaansa (ks. luku 4.1.3). Tässä yhteydessä pohditaan sitä, kuinka opiskelijoiden lähtötaso lukiokoulutuksen alussa selittää osaamistasoa toisen asteen opintojen lopulla.

Pitkittäisaineistoille tyypillistä on, että alkumittauksessa heikosti suoriutuvilla oppilailla on taipumusta suoriutua heikosti myös jälkimittauksessa – vastaavasti alkumittauksessa hyvin suoriutuneilla on taipumusta olla hyviä myös loppumittauksessa. Matematiikan osaamistaso 9. luokan lopulla selittää lukion lopun osaamistasosta 57 prosenttia – Pearsonin korrelaatio muuttujien välillä on $r = 0{,}75$.[50]

49 Lineaarinen Regressioanalyysi, $R = 0{,}77$, $R^2 = 0{,}60$, $R^2_{Adj} = 0{,}60$

50 Lineaarinen Regressioanalyysi, $R = 0{,}75$, $R^2 = 0{,}57$



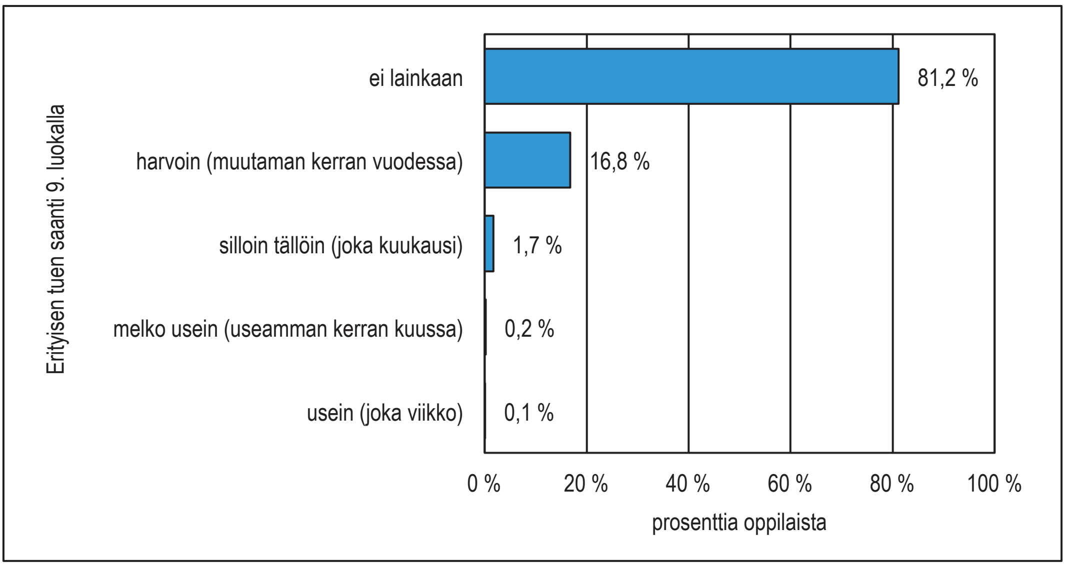
KUVIO 4.28 Perusopetuksen lopun ja lukiokoulutuksen loppuvaiheen osaamisen yhteys

Kuviossa 4.28 havainnollistetaan perusopetuksen lopun ja lukiokoulutuksen lopun osaamisen yhteyttä. Kulmasta kulmaan kulkeva diagonaali kuvaa tilannetta, jossa osaaminen olisi ollut identtistä molemmissa mittauksissa. Jos opiskelija on sijoittunut diagonaalin yläpuolelle, osaaminen on parempaa kuin 9. luokalla ja vastaavasti diagonaalin alapuolella osaaminen oli heikompaa kuin 9. luokalla. Molemmissa asteikoissa arvo 500 vastaa 9. luokan keskimääräistä osaamistasoa. Sekä yhdeksännen luokan että lukiokoulutuksen lopun aineistossa 82 prosenttia sai molemmissa mittauksissa tätä keskiarvoa paremman tuloksen. Kaikissa ryhmissä diagonaalin yläpuolelle sijoittuu yli puolet opiskelijoista. Toisin sanoen – karkeasti arvioiden – valtaosin osaaminen on lisääntynyt lukiokoulutuksen aikana. Vähiten kursseja suorittaneiden ryhmässä 57 prosentilla opiskelijoista osaaminen lisääntyi, 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä 81 prosentilla ja vähintään 12 kurssia suorittaneiden ryhmässä 90 prosentilla osaaminen lisääntyi.

4.3.4 Erityistä tukea perusopetuksessa saaneet menestyvät muita heikommin toisella asteella

Tukiopetuksen tarve heijastelee muutakin kuin pelkästään matemaattisen osaamisen puutteita (mm. Metsämuuronen 2013b, 123–127). Aiemmin raportoitujen tulosten perusteella on ilmeistä, että mitä enemmän tukiopetusta on tarvittu, sitä epätodennäköisempää on, että opiskelija olisi saavuttanut lähtötason perusteella mallinnettua ennustettaan. Aikaisemmin raportoidun 9. luokan aineiston yhteydessä osaamisen muutos oli pienempää niissä ryhmissä, joissa tukiopetusta tarvittiin useamman kerran kuussa tai joka viikko. Toisen asteen lopulla tukiopetuksen saantia kysyttiin taustakyselyssä kysymyksellä: *Oletko saanut apua/ erityistä tukea matematiikan opiskeluun?* Vastausvaihtoehtoina olivat "kyllä" ja "ei". Näin ollen tarkempaa tietoa tuen määrästä toisen asteen koulutuksen yhteydessä ei tiedetä. Sen sijaan tiedetään, kuinka paljon opiskelija sai tukea tai erityisopetusta 9. luokan aikana. Näitä tietoja yhdistämällä saadaan käsitys saadun tuen tarpeesta.

Kuukausittain erityistä tukea saaneiden määrät ovat pieniä lukioaineistoissa (kuvio 4.29). Lukiolaisista 81 % ei saanut tai tarvinnut[51] lainkaan tukea ja 17 % tarvitsi tai sai apua vain harvoin. Lukioissa tukea on annettu sellaisille opiskelijoille, joilla jo 9. luokan aikana oli erityisen tuen tarvetta, mutta lisäksi myös niille, joilla 9. luokalla ei ollut erityisen tuen tarvetta (taulukko 4.10).

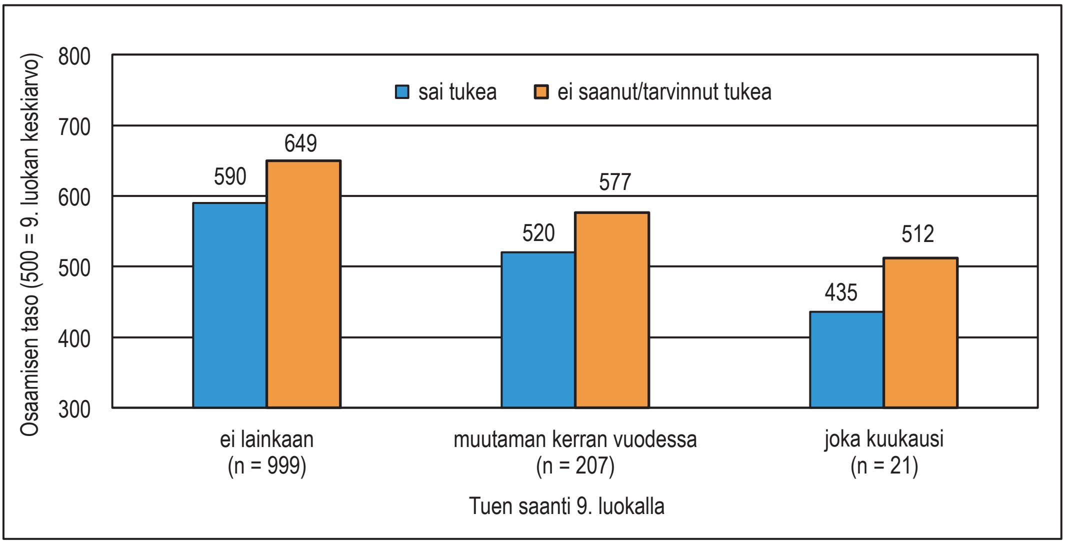


KUVIO 4.29 Erityistä tukea 9. luokalla saaneiden osuudet lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa

51 Näiden erottaminen toisistaan on aineiston perusteella vaikeaa – tätä pohtivat mm. Räsänen ja Närhi (2013). Oppilas olisi ehkä tarvinnut tukea matematiikan opintoihinsa, mutta jos koulutuksen järjestäjä ei tukea järjestänyt, oppilaan mahdollisuudet saada apua olivat pienet – ainakin koulun kautta. Ehkä näissä tilanteissa oppilas sai oleellista tukea kotoaan, mikäli vanhemmilla oli valmiuksia tuen antamiseen.

TAULUKKO 4.10. Erityisen tuen kohdentuminen lukiokoulutuksessa

		saiko apua/erityistä tukea lukioaikana	
		Ei	Kyllä
sai erityistä tukea 9. luokalla	ei lainkaan	83,90 %	58,30 %
	harvoin (muutaman kerran vuodessa)	14,50 %	36,40 %
	silloin tällöin (joka kuukausi)	1,50 %	3,00 %
	melko usein (useamman kerran kuussa)	0,10 %	1,50 %
	usein (joka viikko)	0,00 %	0,80 %
		100 %	100 %



KUVIO 4.30 Erityistä tukea saaneiden osaaminen lukiokoulutuksen lopulla

Lukiossa näkyy merkitsevä ja merkittävä ero niiden opiskelijoiden välillä, jotka saivat tai tarvitsivat erityistä tukea ja jotka eivät saaneet tai tarvinneet erityistä tukea matematiikan opintoihin.[52] Ero tukea saaneiden ja tukea tarvitsemattomien välillä oli keskimäärin 64 yksikköä niiden hyväksi, jotka eivät tukea tarvinneet. Tukea saaneet opiskelijat olivat noin kaksi vuotta jäljessä muita opiskelijoita (kuvio 4.30). Monet niistä opiskelijoista, jotka eivät saaneet tai tarvinneet erityistä tukea 9. luokalla, olivat kuitenkin tarvinneet apua lukio-opintojen yhteydessä (8 %).

52 ANOVA, $F(1,1287) = 72,58$, $p < 0,001$, $f = 0,24$

4.3.5 Heikompi kouluviihtyvyys ja poissaolot ovat yhteydessä matalampaan osaamistasoon

Kouluviihtyvyyteen ja opiskeluaktiivisuuteen liittyvät tekijät eivät suoraan liity matematiikkaan tai matematiikan oppimiseen, mutta ne saattavat heijastella yleistä asennoitumista koulun käyntiin ja tehtyihin valintoihin. Kouluviihtyvyyttä tiedusteltiin kysymyksellä: ”*Miten viihdyt oppilaitoksessa?*”, johon vastattiin vaihtoehdoilla ”erittäin hyvin”, ”melko hyvin”, ”melko huonosti” ja ”erittäin huonosti”. Poissaoloja kartoitettiin kysymyksellä: ”*Kuinka paljon sinulla on ollut poissaoloja oppilaitoksesta tämän lukuvuoden aikana?*”, johon vastattiin vaihtoehdoilla ”ei juuri lainkaan (0–5 päivää)”, ”vähän (6–10 päivää)”, ”aika paljon (11–20 päivää)” ja ”paljon (yli 20 päivää)”.

Lukioissa poissaolojen määrä ja oppilaitoksessa viihtyminen selittävät osaamista tilastollisesti merkitsevästi, joskaan erot ryhmien välillä eivät välttämättä ole merkittävän suuria.[53] Yhtä aikaa analysoituna DTA jakaa ryhmät seuraavasti: parhaat tulokset saatiin ryhmässä, jossa poissaoloja ei juuri ollut ja jossa viihtyminen oli ”erinomaista” (661). Jos poissaoloja oli ollut viimeisen lukuvuoden aikana yli 10 päivää, tulokset olivat noin 70 yksikköä heikompia (593) (taulukko 4.11). Ääriryhmien välillä on noin *kolmen vuoden* ero osaamisessa.

TAULUKKO 4.11. DTA-tulos kouluviihtyvyyden ja poissaolojen yhteydestä osaamiseen lukioissa

poissaolojen määrä			osaamistaso
melko paljon tai paljon (yli 10 päivää)			593
vähän (6–10 päivää)			620
ei juuri lainkaan (0–5 päivää)	osaamistaso 647	viihtyminen: “erittäin huonosti”, “melko huonosti” ja ”melko hyvin”	634
		viihtyminen: ”erittäin hyvin”	661

4.3.6 Positiivinen asenne matematiikkaa kohtaan on yhteydessä korkeampaan osaamisen tasoon ja valintoihin

Johdattelua ja kirjallisuutta

Koska osaaminen eriytyy voimakkaasti lukioissa, käsitellään asenteiden yhteyttä osaamiseen keskeisenä tekijänä osana kokonaismallia.[54] Lukioon saapuva aloittaa opiskelunsa kantaen asenteen osalta yhdeksän vuoden ajan täyttynyttä reppua. Opettaja joutuukin kohtaamaan kaikki oppilaan

53 Viihtyminen:
ANOVA F(3; 1294) = 12,88, $p < 0,001$, $f = 0,17$
Poissaolot:
ANOVA F(3; 1299) = 17,53, $p < 0,001$, $f = 0,20$

54 Tarkastellaan asiaa kovarianssin näkökulmasta: selitetään ensin toiseen asteen osaaminen 9. luokan lähtötasolla ja kysytään, selittävätkö asenteen osatekijät osaamista nyt, kun yksilöön liittyvät sekoittavat tekijät on vakioitu. Teknisesti tehdään ensin regressioanalyysi siten, että selitetään 9. luokan kokonaisosaamisella ammatillisen koulutuksen lopun kokonaisosaamista ja sen jälkeen jäljelle jäävää selittymätöntä vaihtelua (residuaalia) selitetään asenteen osatekijöillä.

yhdeksänvuotisen taipaleensa aikana varastoimat tuntemukset ja kokemukset, jotka ovat jättäneet jälkensä oppilaan haluun vastaanottaa matematiikkaa. Näiden kokemusten tunnistaminen ja niihin vastaaminen tarkoituksenmukaisesti on opettajan työn onnistumisen kannalta olennaisen tärkeää.

Aikaisemmin raportoidun pitkittäisaineiston perusteella havaittiin matematiikasta pitämisen heikkenevän jo hyvin aikaisessa vaiheessa. Kouluun tullessa oppilaat vielä enimmäkseen pitivät matematiikasta, mutta jo viidennen luokan jälkeen tämä pitäminen oli heikentynyt merkittävästi (Tuohilampi & Hannula, 2013). Samassa tarkastelussa havaittiin matemaattisen minäpystyvyyden pysyvän melko korkeana alakouluvuosien ajan, mutta heikkenevän selvästi yläkoulun aloittamisen jälkeen. Lisäksi havaittiin sukupuolieroja: kumpikin kehityskulku koski vahvemmin tyttöjä kuin poikia. Samoihin aikoihin edellä mainitun pitkittäistutkimuksen kanssa toteutettiin toista pitkittäisinterventiota kahdessa maassa rinnakkain.[55] Tuossa interventiotutkimuksessa tehtiin joitakin merkittäviä havaintoja. Suomalaisoppilaiden todettiin yleisesti ottaen kuvaavan matematiikan tuntiensa oppimisilmapiiriä ennen kaikkea tylsäksi, jopa unettavaksi (Tuohilampi, 2016). Mikäli tunnetiloja esiintyi, ne olivat harvoin aktiivisia ja vielä harvemmin positiivisella tavalla aktiivisia. Nämä huomiot herättivät pohtimaan, mikä merkitys heikolla tai passivoivalla tunneilmapiirillä on matematiikka-asenteiden pitkittäisessä heikkenemisessä.

Todennettu kehitys on huonosti linjassa viimeaikaisen motivaatiotutkimuksen kanssa. Hidi & Renningerin (2006) nelivaiheisessa kiinnostusmallissa hyvin kehittynyt, pysyvä sisäinen kiinnostus alkaa tilannesidonnaisella kiinnostuksen heräämisellä, sen säilymisellä ja vähittäisellä muuntautumisella pysyvämmäksi haluksi ja pyrkimykseksi oppia. Tylsyyden asettuminen vahvaksi elementiksi oppilaiden matematiikkakäsityksessä kertoo päinvastaisesta kehityskulusta: kiinnostuksen heräämisen (tai sen säilymisen) sijaan sen sammumisesta ja tilannetta seuraavasta halusta pikemmin vältellä matematiikan oppimista siihen sitoutumisen sijaan. Tällaisessa tilanteessa opiskelija joutuu opettelemaan selviytymisstrategiat oppiaineen kohtaamiseen. Selviytymisstrategiana saattaa olla haluttomuus ja sekä vaivan että matematiikan kohtaamisen minimointi kurssivalintojen ja kurssienaikaisen työskentelyn suhteen.

Matematiikka-asenteiden heikkeneminen koskee paitsi matematiikan opiskelua itsessään, myös yleisempää yksilön tulevaa hyvinvointia. Yksilön kokema pystyvyys sekä se, kuinka hyvin hän kokee tuon pystyvyyden riittävän vaatimuksiin nähden vaikuttaa tulevaan jaksamiseen tai toisaalta uupumisen riskiin (Salmela-Aro & Upadyaya, 2014). Pystyvyyden tunteen ja koetun haasteen optimaalinen suhde toimii pohjana myös Flow-kokemukselle ja näin ollen tuottaa parhaimmillaan optimaalisen oppimiskokemuksen (Csikszentmihalyi, 1997; Csikszentmihalyi & Schneider, 2000). Tuohilampi & Hannula (2011) havaitsivat saman ilmiön yhdistyvän matematiikassa oppimistuloksiin sekä oppiaineesta pitämiseen. Yksilön onkin tarkoituksenmukaisinta kokea oma osaamisensa ja saamansa tuki riittävänä sekä linjassa olevana vaatimuksiin ja asetettuihin tavoitteisiin nähden.

55 Vuosina 2010–2013 kymmenisen alakoulun luokkaa sekä Suomessa että Chilessä osallistui kolmivuotiseen tutkimusprojektiin, jonka aikana opettaja kuukausittain piti tavallisen matematiikan oppitunnin sijasta aktivoivan ja toiminnallisen avoimen ongelmanratkaisuaktiviteetin. Interventioon osallistuneilta oppilailta kerättiin oppimistulosten ohella heidän asenteitaan koskevaa aineistoa sekä kyselylomakkeella että piirroksilla, joissa oppilaat kuvasivat matematiikan tuntiensa oppimisilmapiiriä. Aineistoa kerättiin intervention aluksi (kolmannen luokan alussa) sekä sen päättyessä (viidennen luokan lopussa). Vastaava aineisto kerättiin vertailuryhmänä oppilailta, jotka olivat osallistuneet normaaliin opetukseen.

Tämän arvioinnin kohteena olevilla opiskelijoilla käytössä olleen opetussuunnitelman perusteiden mukaan (OPH, 2003, 106) lukion matematiikan ”[o]petuksessa tutkitaan matematiikan ja arkielämän välisiä yhteyksiä sekä tietoisesti käytetään eteen tulevia mahdollisuuksia opiskelijan persoonallisuuden kehittämiseen, mikä tarkoittaa muun muassa hänen kiinnostuksensa ohjaamista, kokeiluihin kannustamista sekä tiedonhankintaprosessien kehittämistä.” Asenteiden osalta opetuksen tavoitteena on lisäksi, että opiskelija oppii luottamaan omiin matemaattisiin kykyihinsä, taitoihinsa ja ajatteluunsa, rohkaistuu kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan sekä lyhyen matematiikan osalta lisäksi saa myönteisiä oppimiskokemuksia matematiikan parissa työskennellessään. Lukio-opetuksen tavoitteiksi affektiivisesta näkökulmasta voidaan siis tiivistää oppilaan minäkuvan ja itseluottamuksen kehittyminen, positiivinen tunnetila matematiikkaa kohtaan sekä käsitys matematiikasta kokeiluihin ja tutkimiseen innostavana oppiaineena.

Asenteen osatekijöitä oli taustakyselyssä kaikkiaan seitsemän, joista kuutta on käsitelty edellä luvussa 4.3.5. Fennema–Sherman testissä mukana ovat Kokonaisasenne, OSAA, PITÄÄ ja HYÖTY. Lisäksi samassa mittarikokonaisuudessa oli lyhyt Matematiikka-ahdistus -kokonaisuus. Erillisessä matematiikka-tunnetila mittarissa oli kolme osatekijää: Positiiviset tunnetilat, Negatiiviset tunnetilat ja näiden yhteenlaskettu kokonaisuus positiivisesti summattuna.

Positiivinen asenne matematiikkaa kohtaan on yhteydessä osaamistasoon

DTA:n mukaan lukioaineistossa osaamistason selkein selittäjä oli Kokonaisasenne. Kokonaisasenne jakautuu viiteen ryhmään, joiden välillä on tilastollisesti merkitsevä ja merkittävä ero.[56] Ryhmien välisiä eroja havainnollistetaan taulukossa 4.12. Kun opiskelijan kokonaisasenne oli alle 1,5:n asteikolla 0–4 – toisin sanoen kun opiskelija on ollut kaikissa asenneväittämissä enemmän negatiivista mieltä – kokonaisosaaminen oli lähtötason perusteella tehtyyn ennusteeseen nähden noin 42 yksikköä heikommalla osaamistasolla. Toisessa ääripäässä, jossa kokonaisasenne oli 3,67 tai positiivisempi, opiskelijan osaaminen oli ennusteeseen nähden 33 yksikköä korkeampi. Erityisesti jos opiskelijalla oli erittäin positiivisia tunnekokemuksia matematiikan parissa työskennellessään (käytännössä kun kaikista osatekijöistä hän valitsi positiivisimman vaihtoehdon), osaaminen oli 38 yksikköä parempaa kuin lähtötason perusteella odotettiin. Jos lisäksi opiskelijalla oli hyvin positiivinen mielikuva matematiikasta (kokonaistunnetila yli 2,8 asteikolla 0–4), osaaminen oli ennusteeseen nähden 45 yksikköä korkeampi. Eroääriryhmien välillä on yli 100 yksikköä mikä vastaa *neljän tai viiden vuoden* osaamisen eroa. Asenteilla näyttää olevan siis suuri merkitys osaamisessa lukioissa. Tulkinnan ongelma on tunnistaa muna ja kana: onko positiivinen asenne seurausta hyvästä osaamisesta vai onko hyvä osaaminen seurausta positiivisesta asenteesta. Asetelma ei mahdollista aukotonta vastausta. Joka tapauksessa yhteys asenteiden ja osaamisen välillä lukioaineistossa on selvä.[57] Ääriryhmien välillä ero vastaa *kahden – kolmen vuoden* osaamisen eroa.

56 DTA, CHAID-algoritmi, ANOVA $F(4;\ 1305) = 57{,}24$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}25$

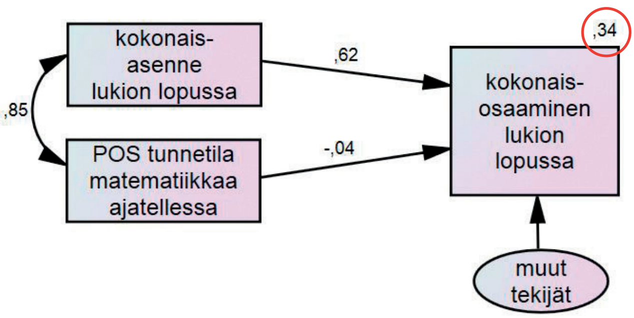
57 Pearsonin korrelaatio kokonaisasenteen ja kokonaisosaamisen välillä lukioaineistossa $r = 0{,}59$

TAULUKKO 4.12 DTA-tulos asenteiden yhteydestä osaamistasoon – residuaalitarkastelu

ryhmä	kokonaisasenne (asteikolla 0–4)	residuaali[1]	ryhmä		residuaali[1]
1	0,0–1,5				–42,3
2	1,5–2,0				–13,9
3	2,0–2,7				+4,2
4	2,7–2,9				+22,1
5	2,9–4,0	+37,9	5a	Positiivinen tunnetila kokonaisuutena alle 2,8[2]	+16,3
			5b	Positiivinen tunnetila kokonaisuutena yli 2,8[2]	+45,1

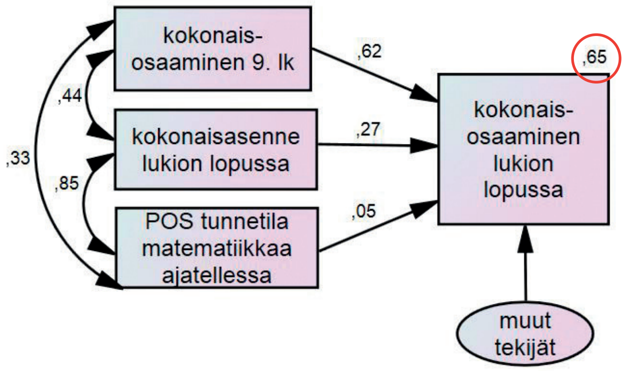
1) Negatiivinen residuaali viittaa siihen, että osaaminen oli lähtötason perusteella tehtyyn ennusteeseen nähden heikompi ja positiivinen residuaali viittaa siihen, että osaaminen oli ennusteeseen nähden parempi.
2) asteikolla 0–4

Kokonaisuutena lukiokoulutuksen lopulla kokonaisasenne ja positiivinen tunnetila matematiikkaa ajatellessa selittävät osaamisesta noin 34 % (kuvio 4.31). Asenteen osatekijät korreloivat erittäin voimakkaasti (r = 0,85) toistensa kanssa, mutta niillä kuitenkin on omaa selittävää vaikutusta.



KUVIO 4.31 Asennetekijöiden yhteys kokonaisosaamiseen lukiokoulutuksen lopulla

Kun malliin lisätään myös tieto siitä, mikä opiskelijan osaamistaso oli ollut 9. luokalla, lukiokoulutuksen lopun osaamisesta voidaan selittää 65 % (kuvio 4.32). Kuviosta 4.32 huomataan myös, että yhdeksännen luokan osaaminen korreloi kohtuullisen voimakkaasti sekä lukiokoulutuksen lopulla mitattuun kokonaisasenteeseen (r = 0,44) että positiiviseen tunnetilaan (r = 0,33).



KUVIO 4.32 Asennetekijöiden ja 9. luokan osaamisen yhteys kokonaisosaamiseen lukion lopulla

Positiivinen asenne matematiikkaa kohtaan on yhteydessä valintoihin

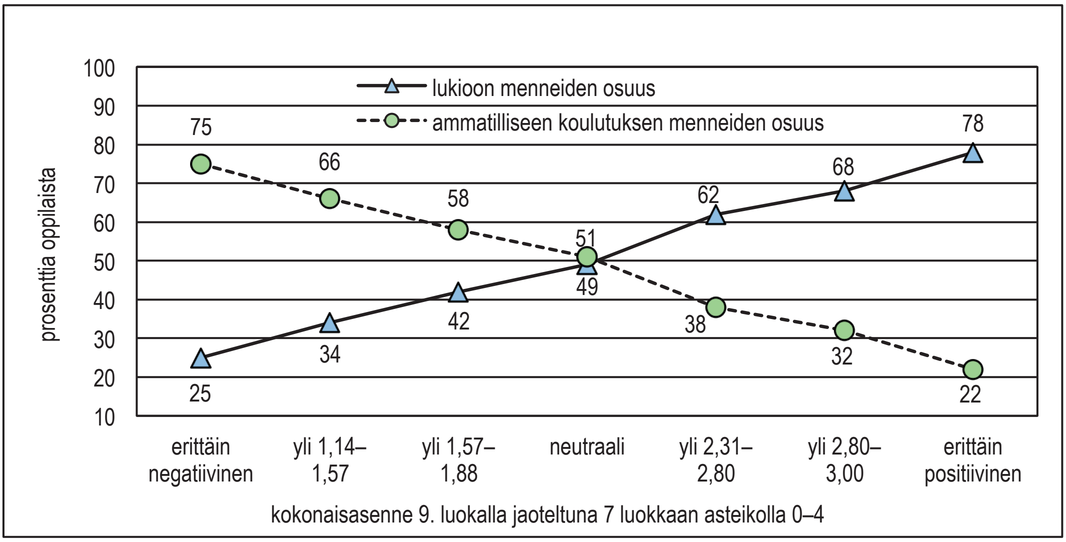
Toinen näkökulma asenteisiin syntyy siitä, että tiedetään osaamisen eriytyvän hyvin selvästi 9. luokan loppuun mennessä ja vielä sen jälkeenkin voimakkaasti (ks. 4.1.2). Voidaan kysyä, kuinka asennoituminen ja motivaatio 9. luokalla ja jo sitä aiemmin 6. luokalla selittävät tulevien opintojen suuntautumista lukioon, lukion sisällä matematiikan pitkän tai lyhyen oppimäärän valitsemisen ja näiden sisällä kurssimäärien valinnan. Tässä raportissa käsiteltyyn aineiston keruun yhteydessä kerättiin vastaavaa dataa myös aiempiin pitkittäismittauksiin osallistuneilta, ammatillisiin opintoihin menneiltä oppilailta (Metsämuuronen & Salonen, 2017). Vaikka tässä raportissa on käsitelty ainoastaan lukioon menneiden pitkittäistutkimuksessa mukana olleita opiskelijoita, käsitellään tässä osuudessa yhdeksännen luokan lopussa suoritettuja valintoja molemmat aineistot (lukio ja ammatillinen) huomioiden.

Suomalaisoppilaiden on raportoitu pitävän matematiikan opiskelua tärkeänä (Hirvonen, 2012), mutta asenteiden kehittyessä negatiivisesti (Tuohilampi & Hannula, 2013) tarkoituksenmukaista yhtenevyyttä sisäisen tunteen sekä ulkoisen tavoitteen kanssa ei aina synny. Tilannetta voi hankaloittaa oppilaiden perusopetuksessa kokema passiivinen ilmapiiri (Tuohilampi, 2016), jonka takia asenteeltaan negatiivisesti suhtautuva ei saa tarvittavaa tukea tavoitteen saavuttamiseen myöskään oppimisympäristöstään. Auktoriteettien – yhteiskunnan, opettajan, vanhempien – ylläpitämä normi matematiikan tärkeydestä jää ulkokohtaiseksi, ellei oppilas itse saa kokemusta tuosta tärkeydestä. Ulkopuolelta painotettujen normien on havaittu jäävän vähemmän keskeisiksi oppilaiden käsityksissä etenkin yksilökeskeisissä kulttuureissa, joihin Suomikin kuuluu. Kiintoisaa onkin aineiston avulla tarkastella, missä määrin asenteet vaikuttavat oppilaan opiskelupaikan valintaan sekä lukiossa muodostettavaan oppimäärävalintaan.

Kysymystä lähestytään regressioanalyysin ja polkumallituksen näkökulmasta AMOS-ohjelmistolla. Yleisesti ottaen lukioon hakeutuminen on suorassa suhteessa asenteisiin matematiikkaa kohtaan: mitä positiivisemmat asenteet oppilaalla on 9. luokan lopussa matematiikkaa kohtaan, sitä todennäköisempää on, että hän tulee menemään lukioon (kuvio 4.33).[58] Jos oppilaiden kokonaisasenne

58 Asiaa tarkastellaan tässä yhteisvalintatiedon perusteella riippumatta siitä, vastasiko opiskelija lukiokoulutuksen lopulla tiedonkeruuseen vai ei ja riippumatta siitä, oliko vastaamatta jättänyt opiskelija ehkä siirtynyt toiseen koulumuotoon opintojen aikana.

matematiikkaa kohtaan oli erittäin negatiivinen (1,14 tai alle asteikolla 0–4), 75 prosenttia heistä hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja vain 25 prosenttia lukioon. Vastaavasti jos oppilaiden kokonaisasenne matematiikkaa kohtaan oli erittäin positiivinen (yli 3), 22 prosenttia oppilaista hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja 78 prosenttia lukioon. Erot ryhmien välillä ovat merkitseviä ja merkittäviä.[59] Vaikka kuvassa 4.33 ennuste näyttää selvältä, tietämällä asennemuuttujan arvo voidaan sijoittuminen ennustaa kuitenkin vain *11 prosentin* varmuudella (r = 0,34). Tämä johtuu siitä, että asenteen osalta ääripäihin sijoittuu vain vähän opiskelijoita.

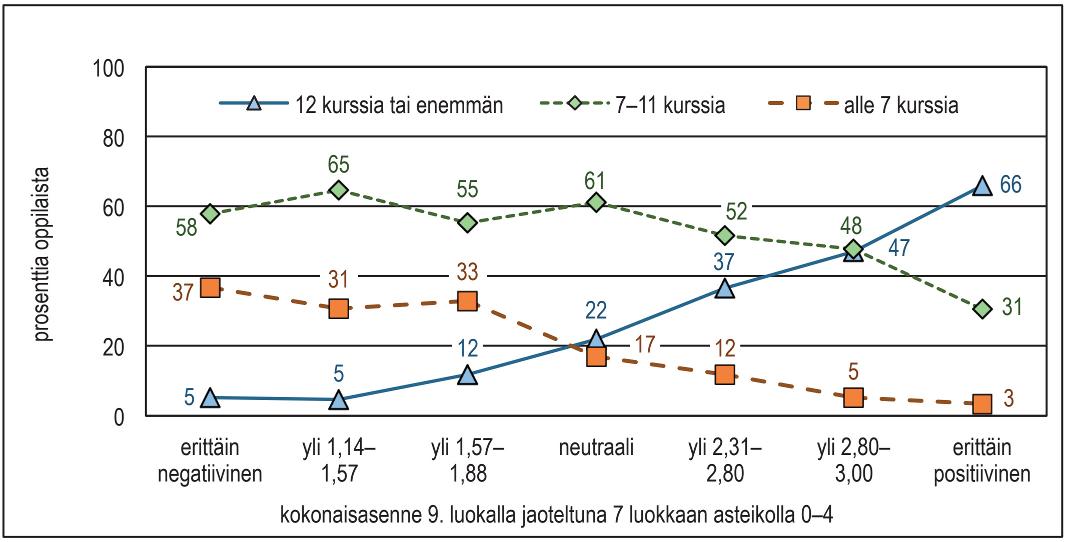


KUVIO 4.33 Asennoituminen matematiikkaa kohtaan ja toisen asteen valinta

Vastaava asetelma näkyy lukion sisäisissä valinnoissa. Jos oppilaan kokemus matematiikasta oli yhdeksännen luokan lopussa erittäin negatiivinen (alle 1.14 asteikolla 0–4), hän päätyi todennäköisimmin suorittamaan lyhyen matematiikan (58 % opiskelijoista) tai vain minimimäärän matematiikkaa (37 %) mutta valitsi erittäin epätodennäköisesti pitkän matematiikan opinnot (5 %). Jos suhde matematiikkaan yhdeksännen luokan lopussa oli erittäin positiivinen (yli 3), päätyi oppilas hyvin todennäköisesti opiskelemaan pitkää matematiikkaa (66 % opiskelijoista) ja erittäin epätodennäköisesti suorittamaan minimimäärän kursseja (3 %). Positiivinen asennoituminen yhdeksännellä luokalla käytännössä siis kannusti valitsemaan minimäärää enemmän matematiikan kursseja. Kuvion 4.3.4 perusteella erot ryhmien välillä olivat silmämääräisestikin merkittäviä: toisin kuin kahdessa muussa ryhmässä, pitkän matematiikan suorittajien osuus on lähes suorassa suhteessa positiivisempaan asenteeseen.[60] Tälläkin kertaa ääripäihin sijoittui vain vähän opiskelijoita, joten asennemuuttujan arvon avulla voidaan sijoittuminen ennustaa vain 20 prosentin varmuudella (r = 0,45).

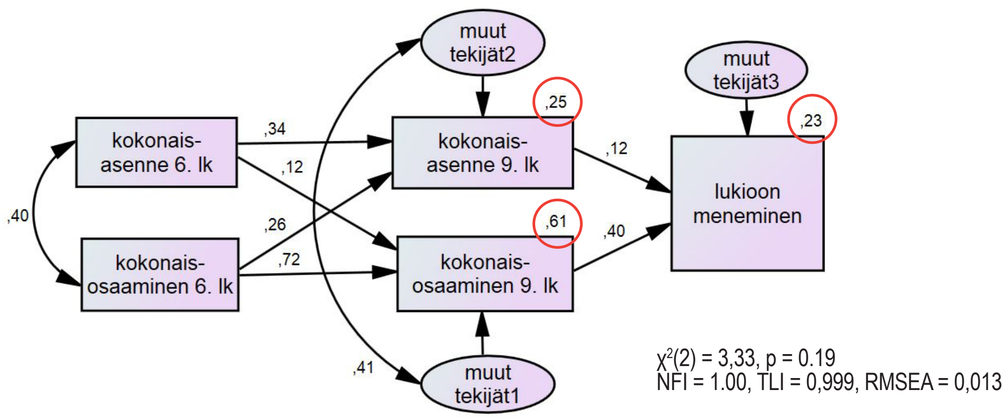
59 Neljästä vaihtoehdosta – kokonaisasenne, PITÄÄ, OSAA ja HYÖTY – DTA valitsee keskeisimmäksi selittäjäksi nimenomaan kokonaisasenteen. DTA, CHAID-algoritmi, $F(6; 3645) = 79{,}21$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}36$

60 ANOVA, 12 kurssia tai enemmän -dummymuuttujaa selitetään asenteella: $F(6; 1248) = 45{,}78$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}46$



KUVIO 4.34 Asennoituminen matematiikkaa kohtaan ja matematiikan kurssien valinta

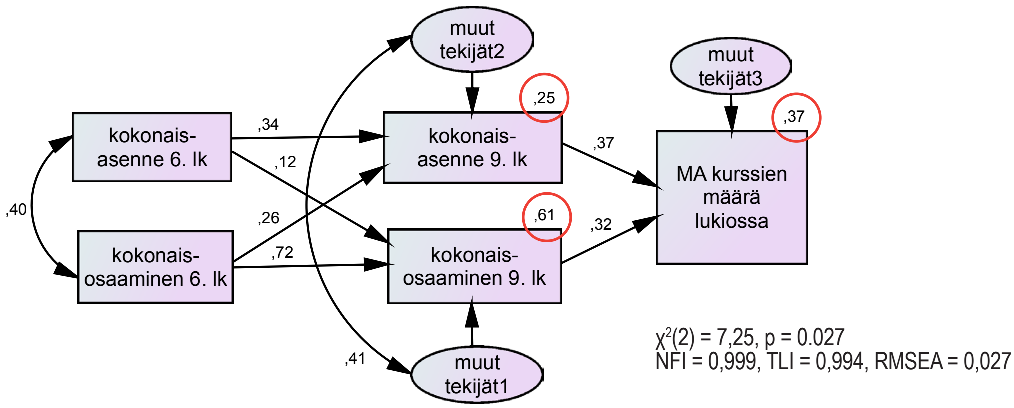
Kuviossa 4.35 havainnollistetaan polkumallin muodossa sitä, kuinka 6. ja 9. luokan asenne ja osaaminen yhdessä selittävät hakeutumista lukioon ja ammatilliseen koulutukseen. Mallit ovat selitysasteiden ja regressiokerrointen itseisarvojen osalta identtiset, sillä on sama, selitetäänkö lukioon vai ammatilliseen koulutukseen menemistä, koska vaihtoehdot sulkevat toisensa pois. Ero syntyy siitä, että kun 9. luokan *positiivinen* asenne ja *korkeampi* osaaminen selittävät (positiivisesti) *lukioon* menemistä, *negatiivisempi* asenne ja *heikommat* tulokset selittävät *ammatilliseen* koulutukseen hakeutumista.



KUVIO 4.35 Lukioon hakeutumisen selittäminen asenteella ja osaamisella

Kun asenne 9. luokan lopussa yksin selittää lukioon/ammatilliseen koulutukseen hakeutumisesta 11 prosenttia, oppilaan osaamistason tunteminen lisää ennusteen varmuutta 12 prosenttiyksikköä, sillä asenne ja osaaminen yhdessä selittävät 23 prosenttia toisen asteen koulutuksen valinnoista. Aiemmasta voidaan kuitenkin päätellä, että osaamistason perusteella valinta oli – ainakin keskiarvojen näkökulmasta – selkeä jo 9. luokan tultaessa. On myös mielekästä ajatella, että jo 6. luokan tekijät ennustavat 9. luokan lopun osaamista ja asenteita. Kokonaisasenne ja -osaaminen 6. luokan alussa ennustavat 9. luokan asenteista 25 % ja osaamisesta 61 %.

Kuvio 4.36 puolestaan havainnollistaa, kuinka 6. ja 9. luokan asenne ja osaaminen yhdessä selittävät lukiossa valittujen *matematiikan kurssien määriä*. Viimeistä muuttujaa ja siihen liittyviä regressiokertoimia ja selitysastetta (R^2 = 0, 37) lukuun ottamatta malli on identtinen kuvion 4.40 mallin kanssa. Kokonaisasenne ja kokonaisosaaminen 9. luokalla selittävät lukion matematiikan kurssien määrästä 37 prosenttia. Mitä korkeampi on osaamistaso ja mitä positiivisempi käsitys oppilaalla on matematiikasta oppiaineena 9. luokalla, sitä todennäköisemmin hän valitsee lukiossa useampia kursseja matematiikkaa oppimäärästä riippumatta.



KUVIO 4.36 Lukion matematiikan kurssien määrän selittäminen 9. luokan asenteella ja osaamisella

4.4 Kotiin ja perheeseen liittyvät taustatekijät – vanhempien koulutus, tuki opintoihin ja kotikieli – osaamisen selittäjinä

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen lukiokoulutuksen lopussa. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto – riippumatta suoritetuista ylioppilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä – tuo vajaan kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen verrattuna opiskelijoihin, joilla kumpikaan ei ollut ylioppilas. Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä eriytyvän lukio-opinnoissa: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien.

Lukiokoulutuksessa kodin tuki kokonaisuutena selittää merkitsevästi ja merkittävästi osaamista. Mitä voimakkaammin opiskelija koki tukea annettavan, sitä korkeampi osaamistaso oli. Ero ääriryhmien välillä on noin kahden vuoden opintojen luokkaa. Kodin antamaan muuhun tukeen liittyvistä muuttujista lukioaineistossa merkitykselliseksi tekijäksi tulee se, pidetäänkö matematiikkaa oppiaineena tärkeänä.

Tulokset ovat tilastollisesti merkitsevästi heikompia ryhmässä, jossa kotikielenä on jokin muu kuin yksinomaan suomi tai ruotsi tai kaksikielinen suomi ja ruotsi. Yleisesti ottaen muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten opiskelijoiden osaamistaso on kaikissa ikäluokissa matalammalla tasolla kuin kantasuomalaisten lukuun ottamatta niitä muutamaa opiskelijaa, jotka myöhemmin suorittivat vähintään 12 kurssia matematiikkaa lukiossa. Nämä opiskelijat olivat alun perinkin samalla tasolla kuin ne kantasuomalaiset opiskelijat, jotka myöhemmin suorittivat saman määrän kursseja.

Kotiin ja perheeseen liittyvistä seikoista nostetaan esille kolme tekijää, joiden osalta tarkastellaan matematiikan osaamista: vanhempien ylioppilastausta (luku 4.4.1), kodin antama tuki matematiikan opintoihin (luku 4.4.2) ja opiskelijan kotikieli (luku 4.4.3). Kyseiset tekijät selittivät osaamisen muutosta 9. luokalle tultaessa (Metsämuuronen, 2013b, 100–108).

4.4.1 Vanhempien koulutustausta on selkeästi yhteydessä osaamiseen

Johdattelua ja kirjallisuutta

Vanhempien koulutus on yksi keskeisistä sosioekonomisen statuksen (SES) osatekijöistä. OPH:n ja Karvin oppimistulosarviointien yhteydessä ei ole kysytty muita vanhempien koulutukseen tai kodin varallisuuteen liittyviä seikkoja, vaikka kansainvälisissä PISA- ja TIMSS -tiedonkeruissa tämä onkin säännöllistä. Kirjallisuudessa SES yleensä määritellään eri tavoin vanhempien tulojen, koulutuksen ja ammattien perusteella (APA, 2007, 5). SES:n olemuksestakaan ei olla aivan yksimielisiä – painotukset vaihtelevat ekonomisesta asemasta sosiaaliseen statukseen – ja siksi oleellista on, että ei ole olemassa yhtä, yleisesti hyväksyttyä tapaa mitata SES:ta (Krieger ym., 1997; Bradley & Corwyn, 2002; APA, 2007, 5). Sosioekonomista taustaa on kuitenkin käytetty muutamissa Opetushallituksen erillisanalyyseissa hyödyksi (mm. Metsämuuronen, 2006c; 2007; ks. myös Kuusela, 2010; Kuukka & Metsämuuronen, 2016), mutta vanhemmissa arvioinneissa tieto on ollut koulun tasolle yhdistetty, ns. aggregaattitieto, joka on saatu tilastokeskuksen rekisteristä. Aiemmissa arvioinneissa tietoa ei siis ole voitu yhdistää yksittäisiin oppilaisiin, vaan se on kuvannut koulun oppilaaksiottoalueen yleistä sosioekonomista tasoa.[61] Sen sijaan käytetään yksinkertaista tietoa vanhempien koulutustaustasta: ovatko vanhemmat suorittaneet ylioppilastutkinnon vai eivät.

Vuodesta 2011 lähtien vanhempien ylioppilastaustaa on käytetty oppimistulosarvioinneissa yksinkertaisena SES-indikaattorina (Kuusela, 2011).[62] Emme tarkalleen ottaen tiedä, *miksi* ylioppilastutkinto heijastelee perheiden välisiä eroja lasten opiskelumenestyksessä. Ääriolosuhteissa matala koulutustausta voi merkitä vanhempien matalampaa luku- ja kirjoitustaitoa – kuten esimerkiksi vastaavissa arvioinneissa Nepalissa on havaittu (Metsämuuronen & Kafle, 2013) – ja siten ehkä matalampaa intellektuaalista, akateemista ja sosiaalista pääomaa[63], millä puolestaan voi olla yhteyttä lapsen yleiseen kehittymiseen.[64] Tämä ei kuitenkaan liene keskeinen selittäjä Suomessa, jossa kaikki lukiokoulutuksen läpikäyneiden nuorten vanhemmat ovat suorittaneet

61 Tämän aineiston analysoinnissa oli käytettävissä myös Tilastokeskuksen PAAVO-aineisto, jossa opiskelijan osoitteen mukaisen postinumeron perusteella oli mahdollista saada tietoa monenlaisista asuinalueen sosioekonomisista tiedoista kuten alueen koulutustasosta, varakkuustasosta, asuntokannasta ja ikäjakaumasta. Analyysien tuloksia ei kuitenkaan hyödynnetä tässä raportissa. Tämä johtuu siitä, että, valitettavasti, DTA:n tulosten perusteella arvioituna PAAVO-aineistosta saatujen muuttujien yhteydet matemaattiseen osaamiseen ovat aineistossa kauttaaltaan joko olemattomia, outoja, erikoisesti käyräviivaisia (epälineaarisia) tai selitysasteiltaan hyvin matalia. Esimerkiksi postialueen koulutustaso, tulotaso, tai omistus-/vuokra-asuntojen määrä ei selitä tilastollisesti merkitsevästi osaamista. Sen sijaan jos taiteen, viihteen ja virkistymisen työpaikkoja on vähän (alle 0,3 suhteutettuna alueen asukasmäärään), tulokset ovat merkitsevästi parempia (636) kuin jos näitä työpaikkoja oli tätä enemmän (616). Jos lisäksi alueella on kaivostoimintaa, tulokset ovat vielä parempia (659), ja jos lisäksi alueella on vain vähän koulutukseen liittyviä työpaikkoja, keskitulokset ovat erittäin hyviä (696). Selittymättä jää, *miksi* edellä kuvatuilla tekijöillä olisi *mitään* tekemistä hyvien oppimistulosten kanssa, vaikka tiedetään, että juuri Kainuussa sekä lukioiden että ammatillisten oppilaitosten opiskelijoiden osaaminen oli parempaa kuin muualla (Metsämuuronen, 2017). On mahdollista, että tiedot selittävät paremmin koulun tasolle yhdistettyä ns. aggregaattitietoa, jota kuitenkaan ei raportoida tämän arvioinnin yhteydessä. Jos vanhempien ylioppilastutkinto otetaan malliin mukaan, se tulee esiin voimakkaimpana selittäjänä kaikissa sosioekonomisilla muuttujilla tehdyissä malleissa.

62 Vanhempien ylioppilastausta on selittänyt selvästi osaamisen eroja (esimerkiksi Kärnä, Hakonen & Kuusela, 2012, 142–144; Ouakrim-Soivio & Kuusela, 2012; 116–124; Summanen, 2014, 107–110; Venäläinen, 2014, 138–142; Hildén & Rautopuro, 2014, 80; Härmälä & Huhtanen, 2014, 197; Härmälä, Huhtanen & Puukko, 2014, 80; Metsämuuronen, 2013b; Kuukka & Metsämuuronen, 2016).

63 Tässä intellektuaalinen pääoma käsitetään nimenomaan sosiaalistumisen kautta tulleeksi pääomaksi – ei niinkään perimän kautta tulleena seikkana. Intellektuaalinen pääoma voi näkyä mm. laajempana sanavarastona, parempana kykynä luokitella käsitteitä ylä- ja alakäsitteisiin tai abstraktimman ajattelun omaksumisena esimerkiksi metaforien tai kielikuvien muodossa. Akateeminen pääoma puolestaan voi näkyä esimerkiksi varhaisempana luku- ja kirjoitus- ja matematiikkataitona, opiskelemiseen kannustamisena, koulutuksen arvostamisena ja akateemisissa perheissä nimenomaan akateemiselle uralle kannustamista. Lisäksi korkeampi sosioekonominen tausta – erityisesti korkeampi koulutustausta ja työllistyminen vaativampiin tehtäviin – lisäävät oppilaan ja opiskelijan sosiaalista pääoma ensiksi koulutuksen periytyvyyden kautta ja toiseksi vanhempien koulutuksen ja ammattien kautta tulleiden sosiaalisten kontaktien kautta.

64 Asiaa pohtivat mm. Nurmilaakso ja Välimäki (2011, 5): "Kielen ja vuorovaikutuksen merkitystä lapsen kehityksessä ei voi kyllin korostaa. Kieli antaa ainekset ajatteluun, havaitsemiseen, tuntemiseen ja tietämiseen. Kielen avulla ollaan yhteydessä toisiin ihmisiin. [- -] Ongelmat kielen ja puheen alueella ennakoivat hankaluuksia myös sosiaalisella alueella. [- -] Valtaosin erityisen tuen tarve liittyy kielellisen kehittymisen alueeseen. Varhaiskasvatuksessa se näkyy puhumisen sekä kielen ymmärtämisen ongelmina. Erityistä tukea tarvitsevilla koululaisilla on varsinkin koulun alkuvaiheessa ongelmia luku- ja kirjoitustaidon oppimisessa."

On siis mahdollista, että lapsen abstraktin ajattelun kehittyminen, käsitteiden omaksuminen ja niiden ymmärtäminen voi hidastua, ellei peräti jäädä kehittymättä, mikäli lapsen varhainen kasvu on ollut kieleltään köyhää. Näitä puutteita voi joskus olla vaikea korjata myöhemmällään iällä.

yhtenäisen peruskoulun.[65] Kuuselan (2010, 44; 2011) alustava arvio oli, että vanhempien koulutus indikoi useitakin lasten koulunkäyntiin vaikuttavia tekijöitä, kuten perheen vuorovaikutussuhteita tai koulutuksen arvostusta. Listaan voidaan ehkä lisätä koulutuksen periytyvyydestä seuraavaa ennakoivuutta: koska akateemisesti orientoituneiden vanhempien lapset valitsevat todennäköisemmin akateemisen uran (Kivinen & Rinne, 1995; Myrskylä, 2009; Ruohola, 2012; Suominen, 2013), akateemisilla vanhemmilla voi olla taipumusta arvostaa koulutusta, olla kiinnostuneita lapsen koulunkäynnistä ja kannustaa lapsiaan parempiin suorituksiin jo varhaisina vuosina, koska he tietävät, että kilpailu jatko-opiskelupaikoista voi olla tiukkaa. Kun käytännössä noin puolet lukioikäisten vanhempien ikäluokasta on ylioppilaita, lukion suorittaminen ei heijasta yhteiskunnassamme erityistä koulutuksellista elitismiä. On kuitenkin ilmeistä, että lukiokoulutus johtaa ammatillista koulutusta todennäköisemmin korkeakoulututkintoihin. Tämä voi olla seurausta vanhempien ”puskuvaikutukseen” perheissä, joissa ylioppilastutkinto on suoritettu. Toisen tyyppinen hyöty lukiokoulutuksesta nimenomaan matematiikan osaamiseen saattaa tulla siitä, että matemaattinen osaaminen kohoaa lukiokoulutuksessa selvästi korkeammalle tasolle kuin ammatillisessa koulutuksessa (Metsämuuronen, 2017). Näin ollen lukion käyneillä vanhemmilla saattaa olla selvästi enemmän mahdollisuuksia auttaa lapsiaan matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa ja läksyjen tekemisessä jo varhaisina vuosina, mikä saattaa johtaa osaamisen eriytymiseen ehkä jo varhaisempina kouluvuosina. Tämän suuntaista näyttöä saatiin aiemman pitkittäisaineiston analysoinnin yhteydessä (Metsämuuronen, 2013b): ylioppilasperheiden lasten osaamistaso oli parempaa jo 3. luokalla, ja osaamisen muutos oli suurempaa kuin niissä perheissä, joissa kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas.

Koulutustausta selittää osaamista toisen asteen lopussa

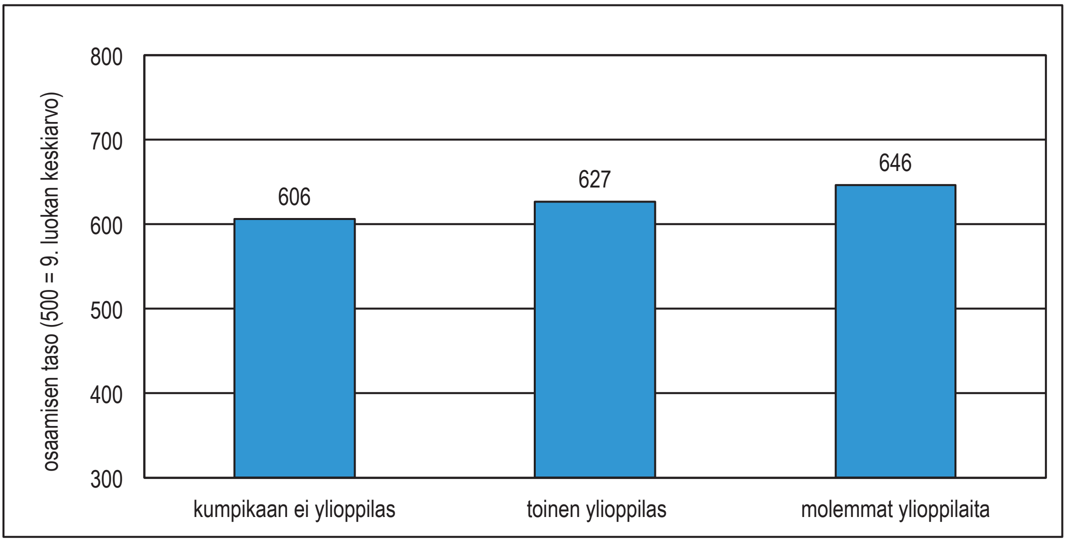
Edellä luvussa 3.3 havaittiin, että aineisto jakautuu melko tasaisesti kolmeen ryhmään: niihin, joilla molemmat vanhemmat olivat ylioppilaita (37 %), niihin joilla vain toinen vanhemmista on ylioppilas (36 %) ja niihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas (27 %). Aineistossa 73 prosentilla opiskelijoista ainakin toinen vanhemmista on suorittanut lukiokoulutuksen.

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen lukiokoulutuksen lopussa.[66] DTA:n mukaan lukiossa jako kolmeen ryhmään näkyy selvästi. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto – riippumatta suoritetuista ylioppilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä – tuo noin 40–46 yksikön lisäarvon kokonaisosaamiseen verrattuna opis-

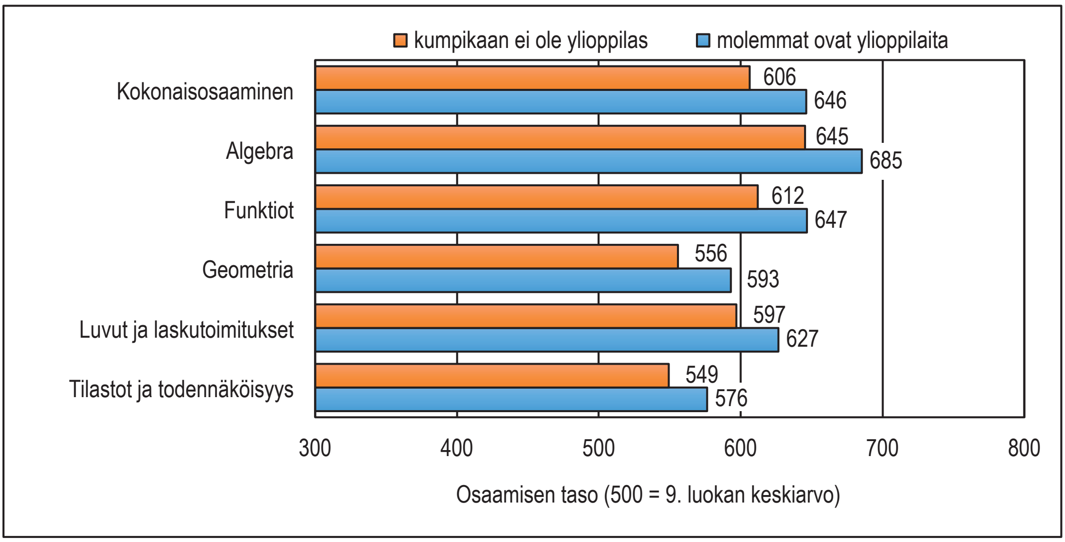
65 PIAAC 2012 -aineiston mukaan (Malin, Sulkunen & Laine, 2013) aikuisten lukutaito on Suomessa Japanin jälkeen OECD-maiden korkeinta. Jos arvioidaan, että tämän aineiston nuorten vanhemmat ovat karkeasti arvioiden 40–50 vuoden ikäisiä, 10–12 prosentilla vanhemmista olisi puutteellinen lukutaito (emt., 31, kuvio 3.2) ja 23–28 %:lla vanhemmista olisi puutteita ongelmaratkaisutaidoissa. Taidot ovat selvästi eriytyneet koulutustaustan mukaisesti: ylioppilas- ja korkeakoulutaustasta tulleista 3–4 %:lla oli puutteellinen lukutaito kun ammatillisen koulutuksen suorittaneilla luku oli 14 % ja vain perusasteen suorittaneilla 22 %. Ongelmanratkaisutaidoissa erot ovat vieläkin suurempia: lukioissa ja korkea-asteella puutteita oli 22–29 %:lla kun ammatillisen koulutuksen saaneilla luku oli 49 %. Suorien päätelmien tekeminen on kuitenkin hankalaa, sillä eri koulutusryhmissä ikäjakaumat ovat erilaisia. Lukiotaustaisten 45–55-vuotiaiden osaaminen oli kuitenkin 28 yksikköä parempaa kuin vastaavan ikäisten ammatillisen koulutuksen suorittaneiden aikuisten (emt. 40). Käytännössä on siis mahdollista, että opiskelijoiden lähtökohtaiset osaamisen erot ovat seurausta vanhempien tarjoamasta erilaisesta intellektuaalisesta tai akateemisesta pääomasta. Ongelmallista on, että tällöin koulutusjärjestelmä on jossain määrin epäonnistunut, koska se ei kyennyt korjaamaan tämän tyyppistä pääoman puutetta kouluvuosien aikana.

66 ANOVA, $F(2, 1217) = 13{,}91$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}11$

kelijoihin, joilla kumpikaan ei ollut ylioppilas (kuvio 4.42). Tämä vastaa noin *puolentoista – kahden vuoden* opintojen tuomaa etua riippuen siitä, tarkastellaanko asiaa pitkän vai lyhyen oppimäärän näkökulmasta. Erot ääriryhmienkin välillä ovat kuitenkin efektikoolla arvioiden pieniä.[67]



KUVIO 4.37 Vanhempien lukiokoulutuksen yhteys matematiikan kokonaisosaamiseen lukiokoulutuksen lopussa

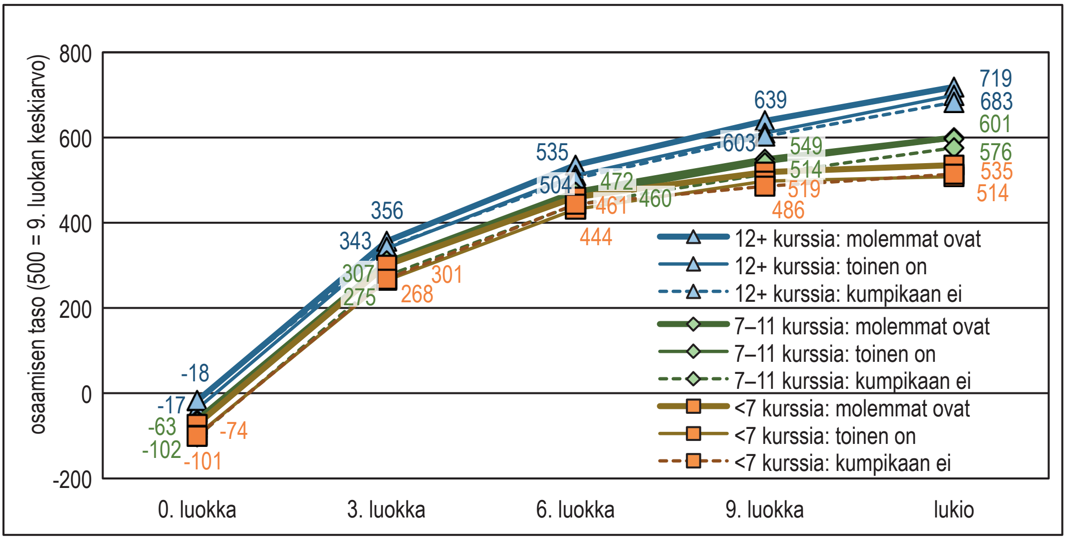


KUVIO 4.38 Vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutus eri matematiikan osa-alueilla lukiokoulutuksen lopussa

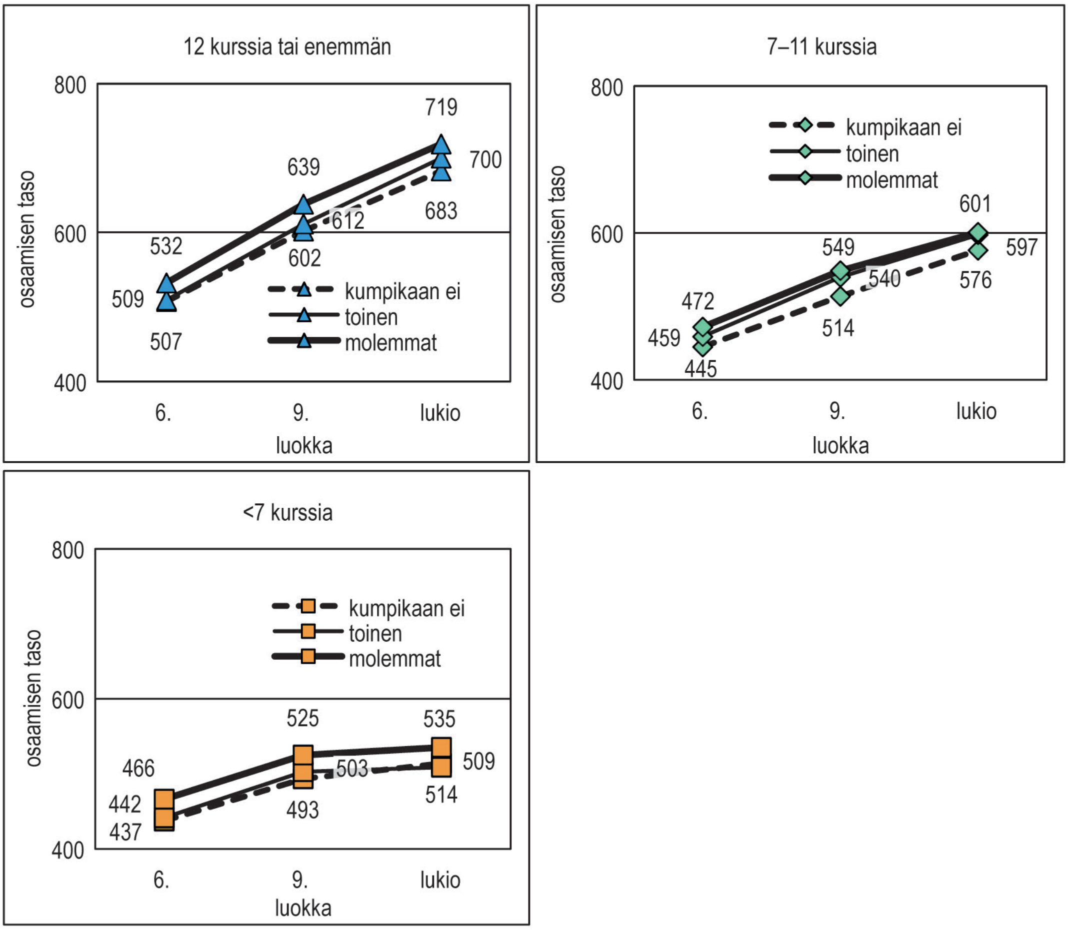
67 Cohenin *f*-arvot ovat tasolla 0,11–0,13.

Koulutustausta selittää osaamista jo varhaisessa vaiheessa opintoja

Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä eriytyvän lukio-opinnoissa: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien, joskin käy hieman vähäisemmäksi niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat vähemmän opintoja kuin pitkän matematiikan pakolliset kurssit (kuviot 4.39 ja 4.40). Kuviossa 4.40 kuvataan lukioryhmät tarkemmin, mutta selkeyden lisäämiseksi vain ylempien luokkien ajalta.



KUVIO 4.39 Vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutus osaamiseen eri kouluvuosina



KUVIO 4.40 Vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutus osaamiseen viimeisinä kouluvuosina eri kurssimääriä suorittaneiden ryhmissä

Kuvioiden pohjalta nostetaan esiin kolme seikkaa. Ensiksi kuviosta 4.39 havaitaan, että vähintään 12 kurssia suorittaneet opiskelijat olivat jo varhain parempia kuin ikätoverinsa riippumatta siitä, tulivatko he ylioppilasvanhempien perheestä vai eivät. Pientä etua (n. 13 yksikön verran) opiskelijat saivat jo 3. luokalla siitä, että molemmat vanhemmat olivat ylioppilaita, mutta ero ei ole huomattava suuri. Jo 6. luokalla tultaessa ero ryhmien välillä on kaksinkertaistunut (31 yksikköä). Yläluokkien aikana ero ei enää kasva; 9. luokan lopussa ero on 32 yksikköä ja ero pienenee hieman toisen asteen loppuun mennessä (21 yksikköä). Näyttää siis siltä, että vanhempien ylioppilastutkinto antaa hyötyä opintoihin alakoulun aikana. Jää selvittämättä, johtuuko tämä vanhempien paremmista lähtökohdista tukea opiskelijaa koulutehtävissä, vanhempien puskuvaikutuksesta ja kannustamisesta hyviin suorituksiin, vai muista – laajasti intellektuaaliseen, akateemiseen ja sosiaaliseen kapasiteettiin liittyvistä – seikoista, joiden osuus varhaislapsuudessa tai teini-iän alkaessa voi olla merkittävä.

Toiseksi kuviosta 4.39 havaitaan, että vanhempien koulutustaustasta riippumatta *lukiossa minimäärän suorittaneiden opiskelijoiden matematiikan osaaminen oli heikkoa jo 3. luokalla*. Vanhempien ylioppilastutkinnon tuoma hyöty tulee esiin jo alakoulussa: jo koulua aloittaessa ylioppilasperheiden lapset saavat noin *yhden vuoden* edun (27 yksikkö) niihin nähden, jotka tulivat ei-ylioppilastaustasta. Kolmannen luokan alussa eroääriryhmien välillä on 33 yksikköä, ja ero säilyy lukion loppuun asti niin, että lukion lopulla se on 21 yksikköä. Tarkentavasta kuviosta 4.40 havaitaan, että vanhempien koulutuksesta riippumatta lukion lyhyen oppimäärän pakolliset kurssit suorittaneet opiskelijat pysyivät keskimäärin 9. luokalla saavutetulla tasolla. Positiivisesti katsottuna tämä tarkoittaa sitä, että lukio-koulutuksen aikana tässä ryhmässä osaaminen ei laske – joskaan ei juuri nousekaan.

Kolmanneksi kuviosta 4.40 huomataan, että lukiossa lyhyen matematiikan pakollisten kurssien valinneiden ylioppilasperheistä tulleiden opiskelijoiden ryhmässä (514) ja vähimmäismäärää enemmän valinneiden ei-ylioppilasperheiden opiskelijoiden ryhmässä (519) osaaminen oli samalla tasolla 9. luokan aineistossa. Vaikka molemmat ryhmät luokittuvat lyhyen oppimäärän opiskelijoiksi, enemmän kursseja valinneet opiskelijat pystyivät lisäämään osaamistaan oleellisesti (+62) samaan aikaan kun minimimääriä opiskelleet olivat samalla tasolla kuin 9. luokalla (514). Seikka kertoo kahdesta asiasta. Yhtäältä lukion ja tarkemmin *harjoituksen tuomasta lisäarvosta* opiskelijoille: samoista lähtökohdista huolimatta eri koulutusvalinnat vaikuttavat osaamistasoon. Vaikutus näyttää olevan noin 60 yksikön luokkaa. Absoluuttisesti suurimmillaan osaamisen lisäys on matematiikan pitkän oppimäärän valinneilla (80 yksikköä), mutta näyttää siis siltä, että jo vähemmälläkin kurssien määrällä päästään erittäin suureen osaamisen lisäykseen. Toisaalta seikka puhuu matematiikan vakavamman opiskelun ja tarkemmin matematiikan *ylioppilastutkintoon valmistautumisen tuomasta lisäarvosta* opiskelijoille. Matematiikan osaamisessa ei ole lainkaan eroja 9. luokan lopussa niiden ryhmien välillä, joista toiset ilmoittautuivat kirjoittamaan myöhemmin lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen ja toiset eivät kirjoittaneet matematiikan ylioppilaskoetta lainkaan.

Yleisesti ottaen vanhempien ylioppilastutkinnolla ei ollut vaikutusta matematiikkaan liittyviin asenteisiin.[68] Poikkeuksen tekee Minä osaajana -osa-alue, joka suurelta osin heijastelee todellista osaamista. On ymmärrettävää, että kun vanhempien koulutustausta selittää osaamisen eroja, se selittää myös oppilaiden käsityksiä omasta osaamisestaan.[69]

4.4.2 Kodin antama tuki koulun käynnille lisää osaamista

Kodin antamaa tukea opintoihin kartoitettiin kolmella asenne-tyyppisellä kysymyksellä: k29 *Kotonani arvostetaan koulutusta*, k30 *Vanhempieni mielestä matematiikka on tärkeä oppiaine* ja k32 *Vanhempani pitävät tärkeänä, että menestyn opinnoissani*. Väitteissä käytettiin 5-portaista Likertin asteikkoa ”Olen täysin eri mieltä” (1) – ”Olen täysin samaa mieltä” (5), joka myöhemmin muutettiin asteikolle 0–4. Edellä pohdittiin sitä, että myös vanhempien ylioppilastausta saattaa olla tekemisissä kodin antaman tuen kanssa. Näin saadusta neljästä muuttujasta itse asiassa vain kahdella on omaa, itsenäistä tai voimakasta, vaikutusta osaamisen selittämisessä (taulukko 4.13).

68 Lukuun ottamatta Minä osaajana -osatekijää (*self-efficacy*), kaikissa ryhmissä kaikkien asennetekijöiden suhteen merkitsevyydet $p > 0{,}05$ ja kaikki efektikoot $f < 0{,}11$.

69 ANOVA $F(2; 1214) = 8{,}43$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}08$

Mukaan otetuista muuttujista merkityksellisimmäksi tekijäksi tulee se, pidetäänkö matematiikkaa oppiaineena kotona tärkeänä. Toiseksi merkityksellisin selittäjä osaamistasolle on vanhempien ylioppilastutkinto.

TAULUKKO 4.13. Lineaarinen regressiomalli kodin antamasta tuesta matematiikan opintoihin

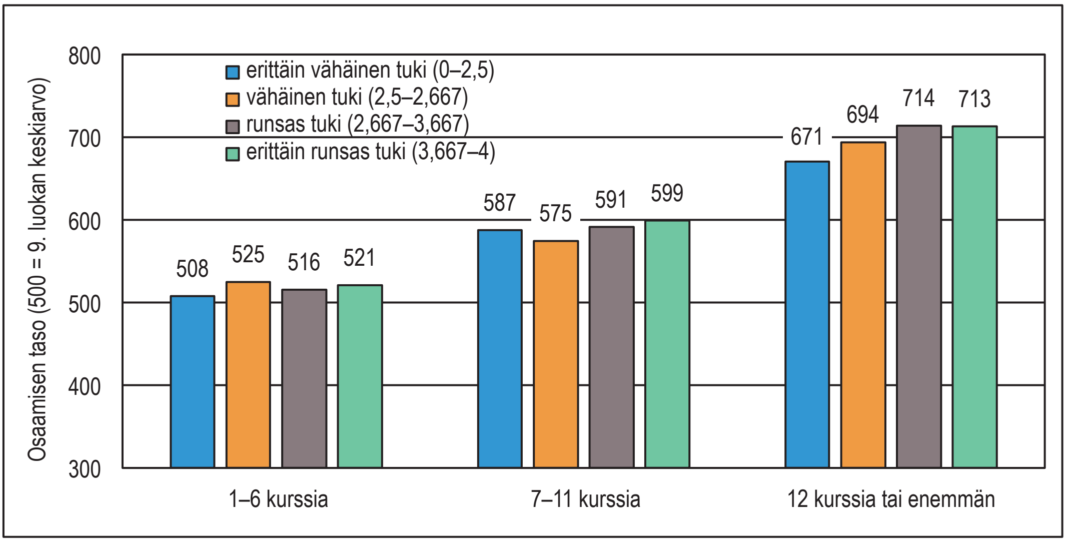
Muuttujat[1] (muuttujat arvot)	B[2]	Keski-virhe	Beta[3]	t	p-arvo
Vakio	545,1	12,5		43,7	<0,001
k30 Vanhempieni mielestä matematiikka on tärkeä oppiaine. (-2 = olen täysin eri mieltä, , +2 = olen täysin samaa mieltä)	16,6	3,1	0,151	5,3	<0,001
Ovatko vanhemmat ylioppilaita (0 = kumpikaan ei ole, 1 = toinen on, 2 = molemmat ovat))	17,2	3,8	0,129	4,5	<0,001
R = 0,213, R2 = 0,045, R2Adj = 0,044					

1) Muuttujat ovat analyysin (Stepwise Regression) esittämässä järjestyksessä; ensin valittu muuttuja selittää muutosta parhaiten ja seuraavat muuttujat lisäävät mallin selitysastetta vähenevässä määrin. Kaikki muuttujat ovat tilastollisesti merkitseviä selittäjiä.
2) B eli regressiokerroin kertoo kuinka paljon osaamistaso muuttuu (PISA-asteikolla mitattuna), kun selittävän muuttujan arvo lisääntyy yhdellä yksiköllä. Jos siis opiskelijan vanhemmista toinen on ylioppilas, mallin mukaan (kun otetaan huomioon toinenkin muuttuja samanaikaisesti), osaamistaso on lukiossa 17,2 pistettä korkeampi kuin tilanteessa, jossa opiskelijan kumpikaan vanhemmista ei ole ylioppilas.
3) Beta eli β on regressiokerroin tilanteessa, jossa muuttujia haluttaisiin käsitellä standardipisteinä.

Edellä mainituista kolmesta asennemuuttujasta muodostettiin summa "kodin tuki matematiikan opiskeluun". DTA jakaa muuttujan neljään ryhmään: erittäin vähäinen tuki (pistemäärät 0–2,5), vähäinen tuki (2,5–2,67), runsas tuki (2,67–3,67) ja erittäin runsas tuki (3,67–4,0).[70] Lukiokoulutuksessa kodin tuki kokonaisuutena selittää merkitsevästi ja merkittävästi osaamista vain pitkän matematiikan ryhmässä.[71] Tässä ryhmässä yhteys on melko suoraviivaista: mitä voimakkaammin opiskelija koki tukea annettavan, sitä korkeampaa osaaminen oli, joskaan eroa ei ole enää ryhmissä, joissa opiskelija koki runsasta tai erittäin runsasta tukea. Ero ääriryhmien välillä on keskimäärin 43 yksikköä eli noin *kahden vuoden* opintojen luokkaa (kuvio 4.46).

70 ANOVA, 12 kurssia tai enemmän: $F(3; 526) = 7{,}25$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}20$. Muissa ryhmissä $p > 0{,}21$.

71 kodin tuki, $f = 0{,}15$



KUVIO 4.41 Kodin antama tuki opintoihin ja sen yhteys osaamiseen

4.4.3 Muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten opiskelijoiden osaaminen on heikompaa

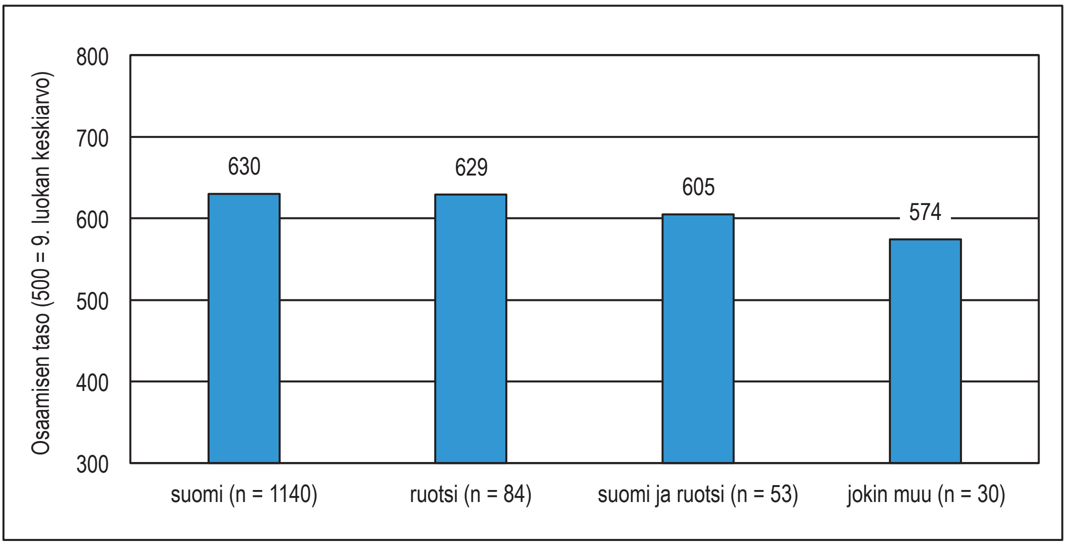
Viimeisenä kodin taustaan liittyvistä tekijöistä käsitellään kotikielen vaikutusta oppimistuloksiin. Kotikieleen liittyy kolme näkökulmaa. Yhtäältä maahanmuuttajataustaisilla opiskelijoilla saattaa olla suomen kieleen – tai ruotsinkielisillä alueilla ruotsin kieleen – liittyviä haasteita ymmärtää tiedonkeruussa kysyttyjä tehtäviä, mistä syystä osaamistaso voisi jäädä heikommaksi kuin kantaväestöön kuuluvilla opiskelijoilla (ks. keskustelu asennemittarin matalasta reliabiliteetista Suomi toisena kielenä (S2) arvioinnin yhteydessä, Kuukka & Metsämuuronen, 2016). Kysymys on relevantti, vaikka aineistoon on valittu opiskelijoita, jotka ovat olleet suomalaisen koulutusjärjestelmän piirissä vähintään 9. luokasta lähtien eli 4 vuotta ja valtaosa heistä 6. tai jopa 3. luokalta lähtien eli 9–12 vuotta. Teoriassa voidaan ajatella, että tässä ajassa koulunkäynnissä ja opinnoissa tarvittava kielellinen peruskielitaito opittaneen. Toisaalta tiedetään S2-arvioinnin perusteella, että 9. luokalla oli alun toistakymmentä prosenttia (13 %) opiskelijoita, joiden kielitaidon taso oli alkavalla tasolle. Tällä tasolla ei kyetä käytännössä jatkamaan opintoja lukiossa. Oppilaista 18 prosenttia oli heikkoja ns. tiedonalojen kielen osatestissä, eli sellaisen kielen, jota tarvitaan esimerkiksi biologian, matematiikan tai reaaliaineiden oppimisessa, ja tarvitsi valmistavaa opetusta voidakseen siirtyä toisen asteen opintoihin. (Kuukka & Metsämuuronen, 2016.) On siis mahdollista, että sekä ammatilliseen että lukiokoulutukseen hakeutuneista osa on suomen kielen taidoiltaan heikkoja.

Toinen näkökulma kotikieleen tulee siitä, että aineistossa on mukana kaksikielisiä kantaväestöön kuuluvia opiskelijoita. Näillä suomenkielisillä opiskelijoilla ruotsinkielisissä kouluissa ja ruotsinkielisillä opiskelijoilla suomenkielisissä kouluissa oli alun perin alimmilla luokilla ehkä hankaluuksia itselle vieraan kielen kanssa. Näiden opiskelijoiden osaamistaso oli alimmilla luokilla heikompaa kuin muilla opiskelijoilla.[72] Aiemmin havaittiin, että 9. luokalle tultaessa osaaminen lisääntyi nimenomaan oppilailla, joiden lähtötilanne kielen suhteen olivat haasteellisemmat.

Kolmas näkökulma tulee Räsäsen ja Närhen (2013, 192) huomiosta, että kielitaustalla näyttää olevan selkeä yhteys heikkoihin oppimistuloksiin matematiikassa 9. luokalla: niiden oppilaiden joukossa, joiden kotikieli oli muu kuin suomi tai ruotsi, oli yli kolminkertainen määrä heikoiksi luokittuneita oppilaita. Erikoista oli, että vaikka heikkojen oppilaiden määrä oli moninkertainen suomen- ja ruotsinkielisiin nähden, ryhmässä ei ollut lainkaan erityisen tuen piiriin siirrettyjä oppilaita. Kuudennen luokan aineistossa heikosti suoriutuneista, kotikieleltään muun kuin suomen tai ruotsinkielisistä oppilaista tyttöjä oli nelinkertainen määrä poikiin nähden (Räsänen, Närhi & Aunio, 2010, 198).

Edellä luvussa 3.3 todettiin, että kahdella prosentilla aineiston opiskelijoista on jokin muu kuin suomenkieli kotikielenään – useimmiten joko suomen tai ruotsin kielen rinnalla. Kun toisaalta tiedetään, että 15 prosenttia opiskelijoista on kuitenkin saanut jossain vaiheessa opintojaan suomi (tai ruotsi) toisena kielenä (S2) -opetusta, näyttää siltä, että valtaosa muun kuin suomen- ja ruotsinkielisistä opiskelijoista on omaksunut toisen kotimaisen kielen omaksi kotikielekseen opintojen kuluessa.

Analyysin yksinkertaistamiseksi ryhmitellään kaikki ne pienet ryhmät, joissa opiskelijalla oli jokin muu kuin suomi tai ruotsi kotikielenään, yhdeksi ryhmäksi ”jokin muu”. Osalla näitä opiskelijoita kotona puhuttiin myös suomea tai ruotsia. Ero ääriryhmien välillä on lukiossa 56 yksikköä (Kuvio 4.42). Tämä vastaa *kahden vuoden* eroa osaamisessa. Ero ryhmien välillä on merkitsevä, mutta efektikoolla arvioiden ei merkittävän suuri.[73] Mekaanisena syynä on muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten pieni määrä.

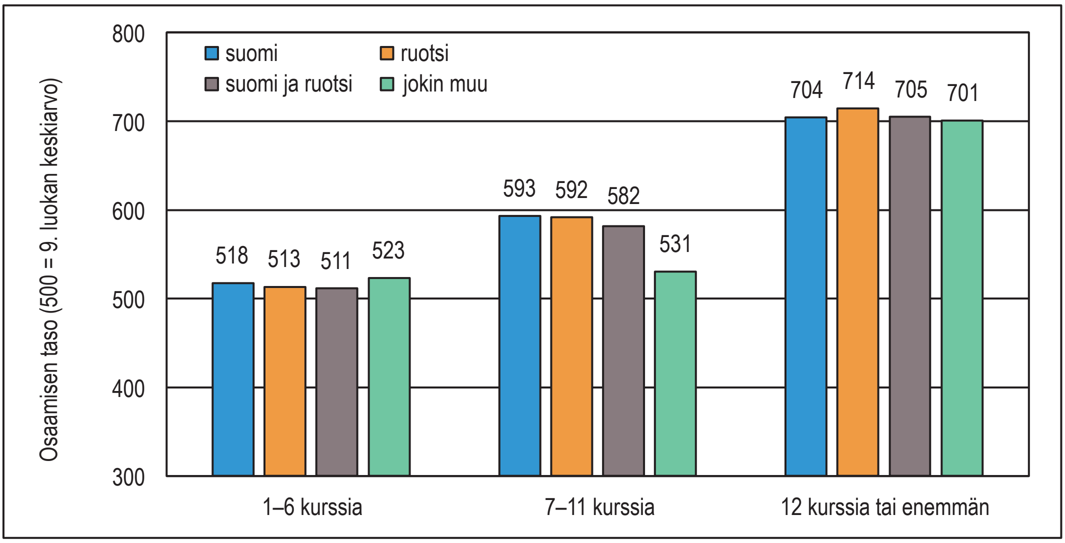


KUVIO 4.42 Kotikielen yhteys kokonaisosaamiseen kokonaisuutena

72 Aineistosta huomataan kuitenkin, että ruotsinkielisessä aineistossa nimenomaan *suomen*kielisten lasten tulos *nosti* myös ruotsinkielisten kokonaistasoa.

73 ANOVA, selitetään kokonaisosaamista, F(3; 1303) = 3,56, p = 0,014, f = 0,09

Tarkemmassa tarkastelussa havaitaan, että todellista eroa ei ole heikoimmin menestyneessä ja parhaimmin menestyneessä ryhmässä (kuvio 4.43). Pitkän matematiikan lukijoiden ryhmässä muun kuin suomen- tai ruotsinkieliset ovat aivan yhtä hyviä kuin kantaväestöön kuuluvat opiskelijatkin ja vastaavasti vain pakolliset kurssit suorittavien ryhmässä heidän osaamisensa on yhtä heikkoa kuin muidenkin ryhmien. Lyhyen matematiikan kirjoittavien ryhmässä muun kuin suomen- tai ruotsinkielisten osaaminen on reilut 60 yksikköä jäljessä muita ryhmiä. Tämä vastaa noin *kolmen vuoden* osaamisen eroa. Ero on merkitsevä, mutta pienestä otoskoosta johtuen ero ei ole merkittävän suuri.[74]



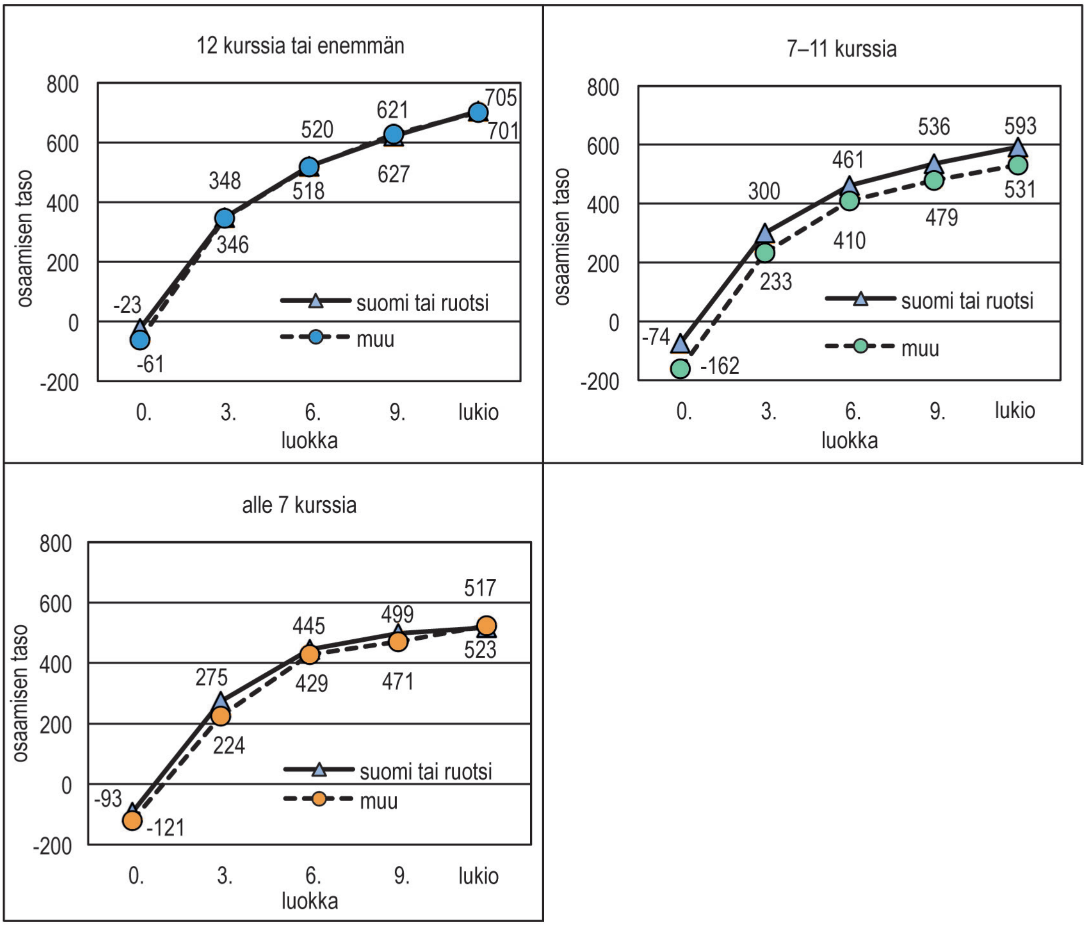
KUVIO 4.43 Kotikielen yhteys kokonaisosaamiseen eri kurssivalinnoissa

Yhdistetään 3. luokan aineiston perusteella kieliryhmät kahteen ryhmään, yhtäältä suomen- ja ruotsinkielisiin – nimitetään heitä kantasuomalaisiksi – ja toisaalta muun kielisiin – nimitetään heitä maahanmuuttajiksi[75] – ja otetaan mukaan tieto lukiokoulutuksen kurssivalinnoista. Kun näihin tietoihin lisätään tieto opintomenestyksestä aiemmilla luokilla, saadaan kuvion 4.44 havainnollistamaa tietoa osaamisen muutoksesta eri ikäkausina. Maahanmuuttajaopiskelijoiden osaamistaso on oleellisesti matalammalla tasolla kaikissa ikäluokissa lukioissa 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä. Lukiokoulutuksen lopussa ero on 60 yksikön luokkaa – *kolmen vuoden* opintojen verran. Mielenkiintoista on, että ne muutamat maahanmuuttajaopiskelijat (n = 8),

74 ANOVA, ryhmä 7–11 kurssia: F(3; 618) = 2,78, p = 0,04, f = 0,013

75 Muun kuin *yksikielisesti* suomen- ja ruotsinkielisiin ja *kaksikielisesti* suomen- ja ruotsinkielisiin perheisiin lukeutuneet opiskelijat luokitellaan tässä ”muun kielisiksi”. Puhtaasti muun kielisten tai maahanmuuttajien lisäksi luokkaan ryhmitettiin myös ne muutamat opiskelijat, joiden kotona puhuttiin ”muun” kielen lisäksi myös suomea tai ruotsia. On ehkä vaikea hahmottaa lasta maahanmuuttajaksi, jos esimerkiksi isä on kantasuomalainen ja äiti saksalainen. Toisaalta emme tiedä, onko lapsi kenties asunut koko ikänsä ulkomailla, vaikka toinen vanhemmista (tai molemmat) olisikin suomenkielinen. Ehkä kuitenkin nimitykset voivat olla paikallaan kerronnan tiivistämiseksi. Huomattakoon, että S2-arvioinnissa myös osa suomenkielisiksi itsensä luokittaneista omasi heikon suomenkielen taidon ja he saivat S2-opetusta (Kuukka & Metsämuuronen, 2016). Kansainvälisten työkomentojen yleistyessä myös näiden – sinällään suomenkielisten – perheiden lapsilla voi olla haasteita oppia sujuva äidinkielen taito ulkomailla oleskellessa. Omalla tavalla nämäkin lapset ovat ”maahanmuuttajia” ja ainakin kielellisten taitojensa osalta samojen haasteiden edessä kuin konventionaalisesti maahanmuuttajiksi laskettavat oppilaat, vaikka kantaväestön kielipohjaa olisikin.

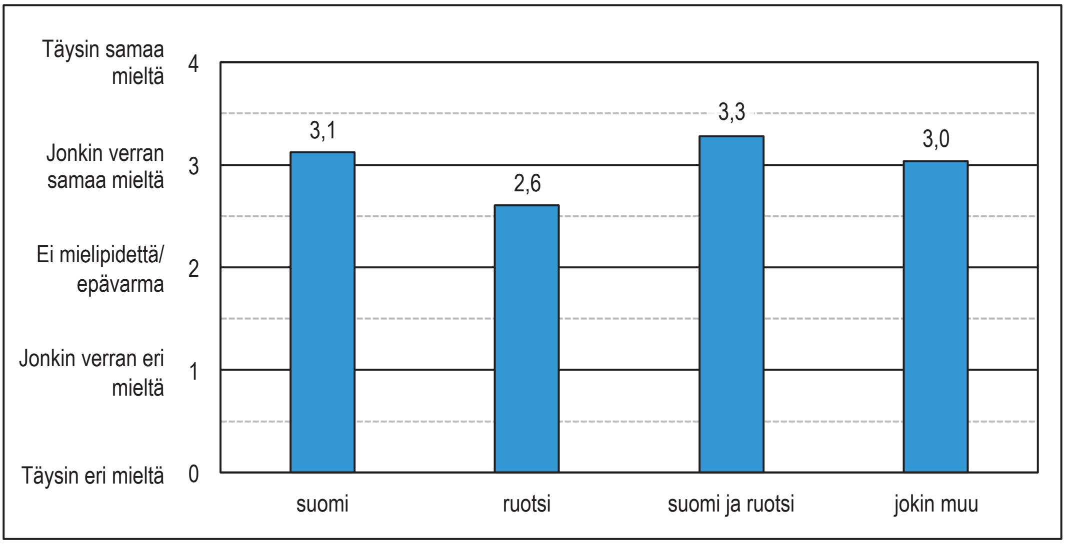
jotka myöhemmin suorittivat vähintään 12 kurssia matematiikkaa lukiossa, olivat kaikilla luokka-asteilla samalla tasolla kuin ne kantasuomalaiset opiskelijat, jotka myöhemmin suorittivat saman määrän kursseja. Matemaattisesti poikkeuksellisen lahjakkaat opiskelijat näyttävät siis erottuvat joukosta mahdollisista alkuvaiheen kielivaikeuksista huolimatta.[76] Pitkälle meneviä johtopäätöksiä ei kannata tehdä, sillä opiskelijoita oli ryhmissä vähän.



KUVIO 4.44 Kotikielen yhteys kokonaisosaamiseen eri ikäluokissa

76 Kuukka ja Metsämuuronen (2016, kuvio 26) huomasivat Suomi toisena kielenä arvioinnissa, että parhaiten menestyneet opiskelijoilla kodin sosioekonominen tausta oli yhdenmukaisesti vahva. Tämä ilmeni sekä vähän aikaa Suomessa opiskelleista että jo pitkään – ehkä koko kouluaikansa – Suomessa olleista. Toisaalta tietyissä kieliryhmissä (Viro, Venäjä, Englanti ja Kiina) S2-osaaminen oli parempaa kuin joissain muissa kieliryhmissä (emt. kuvio 16). Näiden kieliryhmien oppilaat olivat myös koulumenestykseltään parempia: heillä matematiikan arvosana oli korkeampi kuin muiden kieliryhmien oppilailla. On mahdollista, että näissä kieliryhmissä oppilaiden aiempi koulunkäyntihistoria – ehkä lähtömaan tai perheen tiukat vaatimukset ja opiskelukuri – tuki heidän opiskeluaan.

Kieliryhmien välillä ei yleisesti ottaen ole eroja myöskään asenteiden kannalta.[77] Tästä poikkeuksen tekee kodin antama tuki opinnoille, jossa havaitaan hieman erikoinen kansallinen ilmiö: kotikieleltään ruotsinkielisistä perheistä tulleet opiskelijat kokevat saaneensa merkitsevästi ja merkittävästi *vähemmän* tukea kotoaan matematiikan opintoihin kuin suomenkielisista perheistä (tai muuta kuin suomea tai ruotsia puhuvista perheistä) tulleet opiskelijat (kuvio 4.45).[78] Ero ei synny siitä, että suomen- ja ruotsinkielisten vanhempien käsitys matematiikan merkityksestä oppiaineena olisi toisistaan poikkeava tai että vanhemmat pitäisivät menestymistä opinnoissa vähemmän tärkeänä. Sen sijaan ruotsinkielisissä perheissä kotona *arvostetaan koulutusta vähemmän* kuin suomenkielisissä perheissä. Ero on aineistossa merkitsevä ja merkittävä.[79] Tämän suhteen yksikielisesti ruotsinkieliset perheet poikkesivat lukioaineistossa myös kaksikielisistä perheistä ja myös niistä joiden kotikieli oli jokin muu kuin suomi tai ruotsi.[80] Läänien välillä ei ole eroa asian suhteen.



KUVIO 4.45 Kotikielen yhteys kokemukseen kodin antamasta tuesta opintoihin

Sillä, että opiskelija on osallistunut S2-opintoihin kouluhistoriansa aikana, ei ole vaikutusta matematiikan osaamistasoon lukiokoulutuksen lopussa. S2-opintoihin osallistuneet opiskelijat kokivat kuitenkin saaneensa kotoaan merkitsevästi vähemmän tukea opintoihin kuin ne, jotka eivät osallistuneet S2-opintoihin.[81]

77 kaikki efektikoot $f < 0,07$ ja valtaosa merkitsevyyksistä $p > 0,05$
78 Tukeyn testi, suomi – ruotsi, $p < 0,001$
79 ANOVA, $F(3; 1298) = 45,80$, $p < 0,001$ $f = 0,33$
80 Tukeyn testi, vertailuissa ruotsi – suomi, ruotsi – jokin muu ja ruotsi – suomi ja ruotsi $p < 0,001$
81 ANOVA, $F(1, 1206) = 23,04$, $p < 0,001$, $f = 0,14$

4.5 Vertaisryhmään liittyvät tekijät – koulukiusatuksi joutuminen voi heikentää tuloksia

Koulukiusaamisen ja sen potentiaalisen vaikutuksen logiikka on erilaista lukioissa kuin ammatillisissa oppilaitoksissa. Valtaosa niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla (70 %), hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja heidän osaamisensa oli erittäin heikkoa kaikissa edeltävissäkin ikäryhmissä. Jo koulun lähtövaiheessa heidän osaamisensa oli keskimääristä matalampaa. Pienempi ryhmä niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla (30 %), hakeutui lukioon. Heidän osaamisensa ei alun alkaenkaan poikennut niiden osaamisesta, joita ei kiusattu lainkaan koulu-uran aikana.

Osaamistakin enemmän kiusaaminen näyttää olevan yhteydessä matematiikkaa koskeviin asenteisiin. Toistuvaa kiusaamista osakseen saaneet opiskelijat kokivat lukiossa enemmän negatiivisia tuntemuksia ajatellessaan matematiikkaa ja vähemmän positiivisia tunnetiloja – joskin erot ovat pieniä.

Vertaisryhmään liittyviä seikkoja on OPH:n ja Karvin oppimistulosarviointeihin liittyvissä taustakyselyissä kartoitettu niukasti. Yhdeksännen luokan aineistossa mukana oli kaksi tekijää: koulukiusaaminen ja luokan työrauha, joista toisen asteen lopussa kartoitettiin vain koulukiusaamista. Kysymys oli: ”*Kuinka usein sinua on kiusattu koulussa 9. luokan aikana?*” ja vaihtoehdot olivat *useita kertoja viikossa*, *noin kerran viikossa*, *harvemmin* ja *ei lainkaan*. Aiemmin 6. ja 9. luokan aineiston yhteydessä jouduttiin toteamaan, että erityisen haitallista osaamisen muutokselle oli toistuva ja viikoittainen kiusaaminen (Metsämuuronen 2013b, 110). Tulos on samansuuntainen kuin esimerkiksi Monksin, Robinsonin ja Worlidgen (2012) huomio nettikiusaamisen yhteydestä oppimiseen alemmilla vuosiluokilla. Aineistossa oli noin yksi prosentti opiskelijoita, joita kiusattiin joko useita kertoja viikossa tai noin kerran viikossa. Nämä yhdistettiin luokaksi ”vähintään viikoittain”.

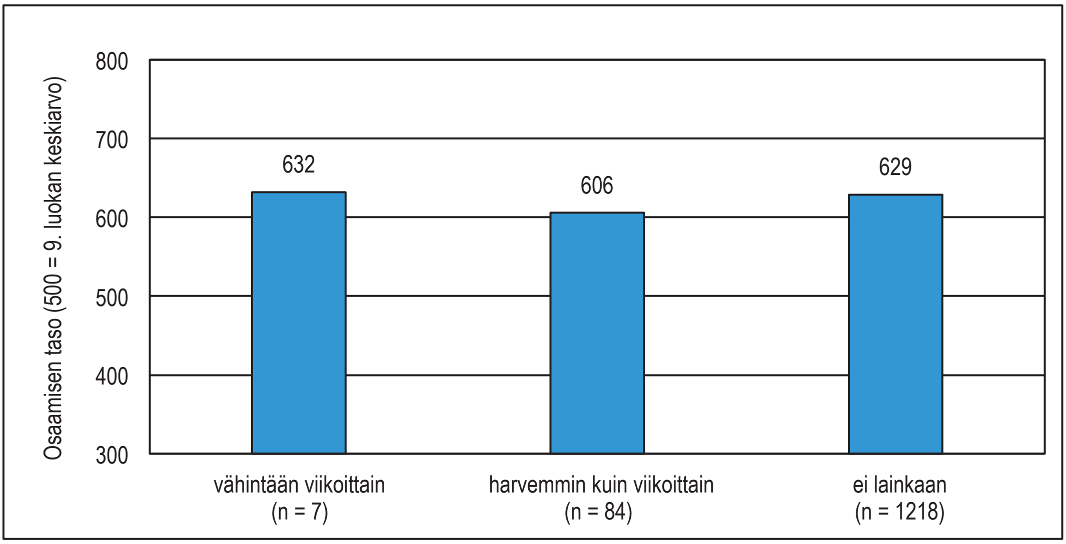
Koulukiusaaminen näyttää olevan yhteydessä matematiikkaa koskeviin asenteisiin. Toistuvaa kiusaamista osakseen saaneet opiskelijat kokivat enemmän negatiivisia tuntemuksia ajatellessaan matematiikkaa[82] ja vähemmän positiivisia tunnetiloja[83] – joskin erot jäävät pieniksi.

Kiusaamisen perustetta ei kyselyssä kysytty – eikä sellaista aina löydykään – joten jää epäselväksi, millaisilla asioilla kiusaaja perustelee toimiaan lukiossa. Lukioissa kiusaamisen peruste ei ole kuitenkaan ole se, että opiskelija olisi oppimistuloksiltaan heikko – ehkä jopa päinvastoin (kuvio 4.46). Toistuvasti kiusatut opiskelijat menestyvät matematiikassa yhtä hyvin kuin ne, joita ei kiusata lainkaan. Lukiokoulutuksen lopulla kiusaamisella ei siis ole merkittävää vaikutusta osaamista alentavana tekijänä.[84]

82 ANOVA, Negatiiviset tunnetilat, $F(2; 1302) = 9{,}80$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}12$

83 ANOVA, Positiiviset tunnetilat kokonaisuutena, $F(2; 1302) = 4{,}99$, $p = 0{,}007$, $f = 0{,}09$

84 On hyvä kuitenkin huomata, että jos toistuvaa kiusaamista kokeneita olisi ollut enemmän ja ero ryhmien välillä olisi ollut samansuuruinen kuin nyt, ero olisi ollut tilastollisesti merkitsevä. Pienillä otosko'oilla keskiarvoon liittyy suuri virhearvion riski, mikä heijastuu tilastollisessa päättelyssä.



KUVIO 4.46 Kiusaamisen yhteys osaamiseen tasoon lukiokoulutuksen lopussa

Kun kiusaamiseen yhdistetään tieto kouluhistoriasta, tiedetään, että 7.–9. luokilla kiusatut opiskelijat jakaantuvat osaamisessa kahteen ryhmään. Valtaosa niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla (70 %), hakeutuivat ammatilliseen koulutukseen ja heidän osaamisensa oli erittäin heikkoa kaikissa edeltävissäkin ikäryhmissä. Jo lähtövaiheessa nollaluokalla ja 3. luokan alussa heidän osaamisensa oli selvästi keskimääristä matalampaa. Pienempi ryhmä niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7. – 9. luokilla (30 %), hakeutui lukioon. Heidän osaamisensa ei poikennut lainkaan niiden osaamisesta, joita ei kiusattu lainkaan edeltävilläkään ikäluokilla. Jo koulun alkuvaiheessa näiden opiskelijoiden osaaminen oli huippuluokkaa.

4.6 Opettajaan ja opettamiseen liittyvät tekijät – tuntitoimilla on vaikutusta matematiikan osaamiseen

Keskeinen osaamista selittävä pedagoginen tekijä lukiokoulutuksessa on se, kuinka usein opiskelijat kokevat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi. Jää selvittämättä, johtuuko osaamattomuus siitä, että asiat eivät tule selviksi, vai eivätkö asiat tule selviksi, koska osaamistaso on matalampi kuin muilla. Näyttää siltä, että ryhmissä, joissa osaaminen on heikointa, opiskelijoiden oman työn osuus kotitehtävien tunnollisen suorittamisena korostuu osaamista lisäävänä tekijänä. Näyttää myös siltä, että parhaiden opiskelijoiden ryhmässä saadaan parhaita tuloksia opettajajohtoisesti, kun opetukseen yhdistyy mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti ja saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen.

Osaamisen muutosta ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Valtaosa osaamisen muutoksesta lukiokoulutuksen aikana näyttää selittyvän muilla kuin opettajan pedagogisilla ratkaisuilla.

Lukion pitkän matematiikan valinneilla opiskelijoilla osaaminen kasvaa 9. luokan tulokseen nähden, mikäli oppimista on eriytetty taitotason mukaisesti. Ei tosin ole täysin selvää, selittääkö eriyttäminen osaamista vai päinvastoin. Vertaamalla opiskelijoiden yksilötuloksia ja koulujen keskituloksia näyttää siltä, että eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna ei tuota parempia tuloksia, mutta yksittäisten, parempia tuloksia saavien opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoisten tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä.

Näyttää ilmeiseltä, että heikosti menestyvät perusopetuksen oppilaat, jotka eivät kotoakaan juuri saa tukea akateemiselle uralle, eivät näytä juuri hyötyvän aineopettajajärjestelmästä. Herää kysymys, olisiko hyödyllistä sekä heikoimmille että parhaimmille oppilaille, että perusopetuksessa luokanopettajan ja aineenopettajan työkenttää laajennetaan niin, että ne kulkevat pidempään limittäin?

Opettajien pitkä koulutus ja ammattitaito on nähty eräinä keskeisinä PISA-menestyksen selittävinä tekijöinä.[85] Joka tapauksessa kansainvälisten arvioiden perusteella on ilmeistä, että suomalainen koulutusjärjestelmä on verrattain vaikuttava ainakin, kun sitä arvioidaan arkielämässä tarvittavien taitojen näkökulmasta.[86] Eräs keskeinen opettajaan liittyvä muuttuja on opettajan käyttämät pedagogiset ratkaisut, jotka näkyvät tuntitoimina. Tuntitoimilla *saattaa* olla vaikutusta siihen, millaisiin oppimistuloksiin opiskelijat päätyvät. Varmaa se ei ole, sillä parhaat opiskelijat löytävät oman väylänsä oppia asioita opettajasta riippumatta ja motivoitumattomien oppilaiden osaamista

85 mm. Kansanen (2003); Niemi (2010; 2011); Niemi & Jakku-Sihvonen (2006; 2011); Sahlberg (2011a; 2011b); Schleicher (2011). Luonnollisesti syyt korkean osaamistasoon ovat moninaiset. Muita syitä hyvään menestykseen on etsitty muun muassa suomalaisen koulujärjestelmän erityisyydestä (mm. Aho, Pitkänen & Sahlberg, 2006; Laukkanen, 2008; Raivola, 2006; Sahlberg, 2007; 2006; Simola, 2005; Välijärvi, 2004; Välijärvi ym., 2007), pitkäjänteisestä ja tulevaisuusorientoituneesta johtamisesta koulutuksen alueella (mm. Aho, Pitkänen & Sahlberg, 2006, 126–133; Laukkanen, 2008; Metsämuuronen, Kuosa & Laukkanen, 2013; Sahlberg, 2007; Simola, 2005; Välijärvi, 2004). Jotkut tutkijat ovat huomauttaneet, että syitä tulisi etsiä muista kompleksisista ympäristötekijöistä (mm. Lavonen & Laaksonen, 2009; Niemi, 2012; Niemi, Toom & Kallioniemi, 2012; Reinikainen, 2012; Sulkunen ym., 2010). Yleinen ja yhtenäisen korkea koulutustaso Suomessa on johtanut ajatuksia siihen suuntaan, että kansainvälisissä vertailuissa mukana ovat olleet ensimmäiset sukupolvet, jotka ovat voineet saada perusopetuksen loppuun asti kotoa tukea opintoihinsa (Metsämuuronen, Kuosa & Laukkanen, 2013).

86 Osaamistasosta ks. mm. Hautamäki ym., 2008; OECD, 2001; 2003b; 2007; 2010a; 2010b. Vaikuttavuudesta ja sen yhteydestä pieneen koulujen väliseen vaihteluun, keskinkertaisiin kuluihin ja tasa-arvoisuuteen ks. esimerkiksi Alfonso & St. Aybun, 2006; Clements, 2002; OECD, 2005, 10–12; Schleicher, 2006; SCP, 2004; Sutherland ym., 2007.

voi olla vaikea lisätä pelkillä tuntitoimilla. Aiemmat tulokset perusopetuksen äidinkielen aineiston parissa viittaavat siihen, että oppilasaines vaikuttaa siihen, millaisia menetelmiä halutaan ja voidaan käyttää: jos oppilaiden taso oli matala, opettajajohtoiset menettelyt tuottivat parempia tuloksia kuin opiskelijalähtöiset menetelmät, joita voitaisiin kuvailla konstruktivistisiksi opetusmenetelmiksi (Metsämuuronen 2006c, 42). Myös aiemmassa matematiikan pitkittäisarvioinnissa havaittiin, että taidoiltaan alemmalle tasolle jääneiden oppilaiden opetus oli konkreettista ja havainnollista, ehkä nykykatsannon mukaan opettajakeskeistä, millä oli positiivisia vaikutuksia myös pidemmälle edistyneempien oppilaiden tulevaan opintomenestykseen (Metsämuuronen 2010b, 123). Aiemmin 9. luokan aineiston yhteydessä havaittiin, että keskeinen osaamisen muutosta selittävä tekijä oli se, että luokilla 7–9 matematiikan tunneilla kukin ratkaisi itselleen sopivia tehtäviä, toisin sanoen se, että opettaja oli kyennyt mielekkäästi eriyttämään oppilaansa kykyjä vastaaviin, henkilökohtaisiin, tehtäviin. Regressioanalyysin perusteella löydettyjä, muutosta selittäviä työtapoja olivat seuraavat: oppilaat neuvoivat toisiaan, matematiikkaa sovellettiin arkielämän tilanteisiin, ja se, että oppilaat saivat yhteistä opetusta opettajan johdolla. (Metsämuuronen 2013b, 133–134.)

Pohdittaessa opettajan pedagogisia ratkaisuja ja niiden vaikutuksia osaamiseen lukio-opintojen aikana on hyvä pitää mielessä tulos 9. luokan aineistosta: eri *oppilaiden mielikuvat saman opettajan luokka-aktiviteeteista poikkeavat toisistaan*. Jokaisen muuttujan osalta jokaisessa koulussa joku oppilaista tunnisti havainneensa toimintaa lähes *jokaisella* tunnilla ja joku toinen *ei koskaan* (Metsämuuronen 2013b, 130). Keskimäärin oppilaiden muistumat samasta opettajasta lienevät kuitenkin lähellä totuutta. On lisäksi muistettava, että samankin opettajan työtavat vaihtelevat tunti- ja sisältökohtaisesti puhumattakaan siitä, että toisella asteella opiskelijoita on opettanut useita eri opettajia. Kysymyssarja on esitetty opiskelijoille viimeisen opiskeluvuoden lopussa, ja mahdollisesti vastaukset heijastelevat viimeisimmän opettajan ja viimeisten kurssien työskentelytapoja.

4.6.1 Tuntitoimet selittävät osaamistasoa mutta eivät osaamisen muutosta

Toisin kuin yleensä kansallisen oppimistulosarvioinnin tiedonkeruissa, tämän arvioinnin tiedonkeruun yhteydessä ei koottu tausta-aineistoa opettajilta eikä rehtoreilta. Tietoa tunneilla tapahtuneista aktiviteeteista koottiin opiskelijoilta 18-osioisella kysymyssarjalla yhteisellä otsikolla *”Opinnoissani matematiikan tunneilla [- -]”*, jota käytettiin myös 9. luokan mittauksen yhteydessä. Erilaisten tuntitoimien toistuvuutta arvioitiin viisiportaisesti: *ei lainkaan* (1), *harvoin* (2), *joskus* (3), *usein* (4) ja *lähes aina* (5). Lukioissa muuttujia tarkastellaan erikseen ryhmissä, joissa valmistauduttiin matematiikan pitkän oppimäärän ylioppilaskoekirjoituksiin (vähintään 12 kurssia), lyhyen oppimäärän ylioppilaskirjoituksiin (7–11 kurssia) ja niissä, joissa tyydyttiin minimimäärään matematiikan opintoja (korkeintaan 6 kurssia) – kurssimääriä ja syntyneitä rajoja perusteltiin tarkemmin luvussa 4.3.1. Muuttujat keskiarvoineen on koottu taulukkoon 4.14 keskimääräisen toistuvuuden mukaiseen järjestykseen. Useimmin lukio-opinnoissa *on yhteistä opetusta opettajan johdolla*, jota opiskelijoiden yleisen käsityksen mukaan oli usein tai lähes aina, erityisesti pitkän matematiikan kursseilla (keskimäärin 4,5). Lähes yhtä usein opiskelijat neuvoivat toisiaan (keskimäärin 4,1). Listan pedagogisista ratkaisuista harvimmin toteutettiin *projektitöitä* (1,4 ”ei juuri lainkaan”).

TAULUKKO 4.14. Pedagogististen ratkaisujen toistuvuus toisen asteen koulutuksessa

Muuttuja	lukiokurssien määrä[1]			
	<7	7–11	12+	yht.
k37 on yhteistä opetusta opettajan johdolla.	4,3	4,4	4,5	4,4
k41 opiskelijat neuvovat toisiaan	3,9	4,1	4,2	4,1
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi	3,0	3,6	3,9	3,6
k36 opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet	3,2	3,5	3,8	3,6
k42 kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä	3,3	3,5	3,7	3,5
k46 pidetään testejä ja kokeita	3,5	3,5	3,4	3,5
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä	3,3	3,3	3,5	3,4
k47 opiskelijat selittävät muille, miten ovat tehtävänsä ratkaisseet	3,2	3,3	3,4	3,3
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla	3,0	3,2	3,3	3,2
k52 opiskelijat etenevät omassa tahdissaan	3,2	3,2	3,2	3,2
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain	2,5	2,7	2,7	2,7
k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään	2,4	2,5	2,7	2,6
k44 sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin	2,5	2,6	2,4	2,5
k51 opetus on sidottu käytännön tilanteisiin	2,5	2,5	2,3	2,4
k45 harjoitellaan päässälaskuja	2,3	2,1	2,1	2,1
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä	1,8	1,7	1,6	1,7
k40 opiskelijat käyttävät tietokonetta	1,6	1,7	1,6	1,6
k43 tehdään projektitöitä	1,5	1,4	1,3	1,4

1) lukion pitkän matematiikan ylioppilaskokeen kirjoittaneet suorittivat useimmiten 12 kurssia tai enemmän, lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen kirjoittaneet suorittivat useimmiten 7–11 kurssia ja ne jotka eivät kirjoittaneet lainkaan matematiikkaa ylioppilaskokeessa, suorittivat useimmiten 6 kurssia tai vähemmän
2) asteikko ”ei lainkaan” (1), ”harvoin” (2), ”joskus” (3), ”usein” (4) ja ”lähes aina” (5)

Taulukosta 4.14 havaitaan, että lukiokoulutuksessa matematiikan opetuksen pedagogisia ratkaisuja luonnehtii ”opettajakeskeisyys opiskelijalähtöisesti”: useimmiten asioita opitaan opettajan johdolla (4,4), ja usein osaamista myös testataan (3,5) ja pohditaan tuloksen järkevyyttä (3,4). Tällä varmaankin pyritään siihen, että opiskeltavat asiat tulevat selviksi (3,6). Toisaalta opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet (3,6) tai opiskelijat neuvovat toisiaan (4,1) ja ratkaisevat itselleen sopivan vaikeita tehtäviä (3,5).

Opetettavat asiat tulevat selviksi hyvin menestyneille opiskelijoille

Muuttujien analysointia jatketaan kahdella tavalla: yhtäältä DTA:n avulla, jolloin saadaan aikaan hierarkkisia malleja muuttujien vaikutuksista, ja toisaalta regressioanalyysilla, jolla saadaan selville yhtäaikaisia vaikutuksia. Keskeisenä kysymyksenä on se, kuinka opettajan pedagogiset ratkaisut selittävät osaamista toisen asteen koulutuksen lopulla?

Sekä DTA:n että regressioanalyysin näkökulmasta keskeinen osaamista selittävä tekijä on se, *kuinka usein opiskelijat kokevat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi*.[87] Muuttuja erottelee osaamisen kaikissa kurssimäärää kuvaavissa luokissa. Kaikissa ryhmissä heikoimmin menestyneille opiskelijoille näyttää jäävän useammin epäselvyyttä asioita opittaessa. Erot ääriryhmien välillä ovat merkitseviä, ja osin merkittäviäkin.[88] Ero on merkittävän suurta (f = 0,30) erityisesti ryhmässä jossa suoritettiin vain pakolliset kurssit lyhyttä oppimäärää: kun opiskeltavat asiat olivat tulleet selviksi *usein* tai *lähes aina*, osaaminen oli merkittävästi korkeammalla tasolla (549) kuin jos asiat tulivat selviksi *vain joskus*, *harvoin* tai *ei lainkaan* (501). Ero oli merkittävän suurta (f = 0,25) myös vähintään 12 kurssia suorittaneiden opiskelijoiden ryhmässä: asioiden tultua selviksi *lähes aina*, osaaminen on selvästi parempaa (743) kuin silloin jos asiat tulivat selviksi vain *joskus*, *harvoin* tai *ei lainkaan* (667). Muuttuja on enemmän tai vähemmän ilmeinen selittäjä osaamisen eroille. On epäselvää, johtuuko osaamattomuus siitä, että asiat eivät tule selviksi, vai eivätkö asiat tule selviksi, koska osaamistaso on matalampi kuin muilla.

Osaamisen ääripäissä hyvin suoriutuvat opiskelijat tekevät itselleen sopivan vaikeita tehtäviä

Kun edellä kuvattu ilmeinen muuttuja (”opiskeltavat asiat tulevat selväksi”) otetaan mallista pois, eri pedagogiset menettelyt tuovat DTA:n avulla eroja vain ryhmässä, joka suoritti lukiossa matematiikkaa vähintään 12 kurssia. Pedagogisilla ratkaisuilla ei siis ollut tilastollisesti merkitsevää roolia ryhmässä, joissa lyhyen matematiikan kursseja oli valittu minimimäärä (osaamistaso 519) tai jossa kursseja oli valittu 7–11 (591) (vrt. tuonnempana regressioanalyysin tulos, joka poikkeaa hieman tästä).

Matematiikan pitkän oppimäärän opinnoissa korkeimpia pistemääriä saatiin DTA:n mukaan ryhmässä, jossa *testejä ja kokeita* pidettiin vain joskus, harvoin tai ei koskaan (715), erityisesti jos tässä ryhmässä *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä* usein tai lähes aina (727). Tulokset olivat heikoimmillaan ryhmässä, jossa *testejä ja kokeita pidettiin* usein tai melkein aina (690) erityisesti, jos tässä ryhmässä ei koskaan *matematiikan taitoja sovelleta arkielämän tilanteisiin* (667). Heikoimmillaankin tulokset ovat selvästi parempia kuin muissa tarkastelussa olleissa lukioryhmissä.

Regressioanalyysin näkökulmasta – samoin kuin DTA:n – osaamista selittävät mallit ovat erilaisia eri kurssimääriä suorittaneilla opiskelijoilla (taulukko 4.15).

87 Sekä regressioanalyysissa että DTA:ssa tämä muuttuja nousee ensimmäiseksi, voimakkaimmin selittäväksi tekijäksi.

88 DTA, CHAID algoritmi, ANOVA,
lukio, <7 kurssia $F(1; 152) = 13{,}24$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}30$
lukio, 7–11 kurssia $F(3; 587) = 10{,}70$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}14$
lukio, 12+ kurssia $F(3; 505) = 32{,}08$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}25$

TAULUKKO 4.15. Pedagogisten ratkaisujen toistuvuus osaamisen selittäjänä (regressiomallinnus)

Muuttuja[1]	B[2]	keski-virhe	Beta[3]	t	p-arvo
lukio: <7 kurssia R = 0,35, R^2 = 0,12, R^2_{Adj} = 0,10					
Vakio	464,4	28,18			
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	16,1	5,89	0,22	2,73	0,007
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä.	-21,5	8,11	-0,22	-2,65	0,009
k36 opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet.	14,1	6,20	0,19	2,28	0,024
lukio: 7–11 kurssia					
ei mallia					
lukio: 12 kurssia tai enemmän R = 0,30, R^2 = 0,09, R^2_{Adj} = 0,08					
Vakio	646,1	28,83			
k42 kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä.	12,0	3,97	0,14	3,02	0,003
k46 pidetään testejä ja kokeita.	-14,9	3,48	-0,19	-4,29	<0,001
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä.	8,2	3,50	0,11	2,33	0,020
k37 on yhteistä opetusta opettajan johdolla.	12,3	4,84	0,11	2,54	0,011
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain.	-7,1	3,01	-0,11	-2,37	0,018

1) Muuttujat ovat analyysin (Stepwise Regression) esittämässä järjestyksessä. Ensin valittu muuttuja selittää muutosta parhaiten ja seuraavat muuttujat lisäävät mallin selitysastetta vähenevässä määrin. Kaikki muuttujat ovat tilastollisesti merkitseviä selittäjiä. Mukana mallissa ei ole muuttujaa k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi.
2) B eli regressiokerroin kertoo kuinka paljon osaamistaso muuttuu (PISA-asteikolla mitattuna), kun muuttujan arvo lisääntyy yhdellä yksiköllä.
3) Beta (β) on regressiokerroin tilanteessa, jossa muuttujia haluttaisiin käsitellä standardipisteinä.

Kun opiskelija suoritti lukiossa vain minimimäärän kursseja matematiikan lyhyessä oppimäärässä, osaaminen oli sitä parempaa, mitä useammin opiskelija on *tehnyt annetut kotitehtävät sovitulla tavalla* (+16,1) ja mitä useammin *opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet* (+14.1). Lyhyen matematiikan minimikurssimäärän suorittaneiden ryhmässä osaamistaso on sitä matalampi, mitä useammin *opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä* (–21,5). Kolmen muuttujan mallin selitysaste on 10 prosentin luokkaa (R^2_{Adj} = 0,10). Näyttää siis siltä, että *ryhmissä, joissa osaaminen on heikointa, opiskelijoiden oman työn osuus kotitehtävien tunnollisen suorittamisena korostuu osaamista lisäävänä tekijänä* – samaan päätelmään tultiin myös vuoden 2015 matematiikan 9. luokan oppimistulosarvioinnissa (Julin & Rautopuro, 2016, 104–105). Vaikka periaatteessa käytännöllinen tekeminen mittaamisen ja rakentelemisen kautta voisi olla hyvä tapa opettaa heikkoja opiskelijoita, aineiston perusteella näyttää siltä, että tällä ei ole positiivista vaikutusta lopputulokseen – tai näitä menetelmiä käytetään eniten ryhmissä, joissa osaamistaso on hyvin matala. Aineiston perusteella emme tiedä, olisivatko tulokset olleet vieläkin heikompia ilman näitä konkreettisia menetelmiä.

Parhaiden opiskelijoiden joukossa, jossa ehkä alun perinkin on totuttu tekemään töitä matematiikan opiskelun parissa enemmän kuin heikoimmin menestyneiden ryhmissä, osaamistasoa selittävät erilaiset tekijät kuin muissa ryhmissä. Viiden tekijän avulla voidaan jossain määrin erotella toisistaan opiskelijoita, jotka suorittivat vähintään 12 kurssia matematiikkaa, joskin tässäkin tapauksessa mallin selitysaste on melko alhainen – noin 8 %:n luokkaa (R^2_{Adj} = 0,08). Osaamistaso oli sitä korkeampi, mitä useammin *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä* (+12,0 yksikköä kullakin useustasolla), mitä useammin oppitunneilla *pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä* (+8,2) ja mitä useammin on *yhteistä opetusta opettajan johdolla* (+12,3). Vastaavasti osaamistasoa näyttävät laskevan se, mitä *useammin pidetään testejä ja kokeita* (–14,9) ja mitä useammin *opiskellaan ryhmissä tai pareittain* (–7,1).

Jakson alussa viitattiin aiempiin tuloksiin perusopetuksen ajalta ja todettiin, että *heikoimpien* oppilaiden joukossa opettajajohtoiset menettelyt tuottivat parempia tuloksia kuin konstruktivistisemmat menettelyt. Lukiokoulutuksen lopun aineiston perusteella näyttää siltä, että myös *ehdottomasti parhaiden opiskelijoiden joukossa saadaan parhaita tuloksia opettajajohtoisesti, kun opetukseen yhdistyy mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti ja saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen*. Kaiken kaikkiaan regressioanalyysi tuo esiin pitkälti samat muuttujat hyvien oppimistulosten taustalla kuin jo 9. luokan aineistossa. Yhdeksännen luokan aineistossa keskeisiä osaamisen muutosta selittäviä tekijöitä olivat seuraavat työtavat: oppilaat ratkaisi itselleen sopivia tehtäviä, oppilaat neuvoivat toisiaan, matematiikkaa sovellettiin arkielämän tilanteisiin ja yhteistä opetusta oli opettajan johdolla. (Metsämuuronen 2013b, 133–134.)

Osaamisen muutosta selittävät muut tekijät kuin tuntitoimet

Edellä kuvattu osaamistaso itsessään ei ehkä ole ilmiönä kovin kiinnostava, sillä osaamistaso voidaan selittää helposti oppilaitokseen valikoitumisen perusteella. Onhan ymmärrettävää, että esimerkiksi matematiikkaan erikoistuneissa lukiossa opiskelleiden osaamisesta *tulee* muodostua parempaa kuin muissa lukioissa – tai tilanteessa, jossa yksittäisen lukion aineistossa painottuvat pitkän oppimäärän lukijat. Koulutusjärjestelmän arvioinnin näkökulmasta lopullista osaamistasoa kiinnostavampaa on se, *kuinka paljon osaaminen lisääntyy opintojen aikana*. Asiaa tarkastellaan tässä opiskelijan näkökulmasta ja luvussa 4.7.3 oppilaitoksen näkökulmasta. Parhaimmillaan tietyt opettajan pedagogiset ratkaisut voisivat siis nostaa alun perin motivoitumattoman ja heikon opiskelijan osaamista radikaalisti. On mahdollista, että menetelmät ovat erilaisia lukion eri vaativuustasoilla. Näin ollen asiaa käsitellään erikseen kolmessa lukion kurssimäärien ryhmässä kuten edellä.

Taulukkoon 4.16 on koottu regressiomallissa esiin tulleet muuttujat ja niitä koskevat tunnusluvut.

TAULUKKO 4.16 Pedagogisten ratkaisujen toistuvuus osaamisen muutoksen selittäjänä (regressiomallinnus)

Muuttuja[1]	B[2]	keski-virhe	Beta[3]	t	p-arvo
lukio: <7 kurssia $R = 0{,}24$, $R^2 = 0{,}06$					
vakio	-60,13	26,58			
k37 on yhteistä opetusta opettajan johdolla.	17,81	6,02	0,24	2,96	0,004
lukio: 7–11 kurssia $R = 0{,}18$, $R^2 = 0{,}03$, $R^2_{Adj} = 0{,}03$					
vakio	40,07	10,64			
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	9,83	2,56	0,16	3,84	<0,001
k45 harjoitellaan päässälaskuja.	-7,02	3,19	-0,09	-2,20	0,028
lukio: 12 kurssia tai enemmän $R = 0{,}16$, $R^2 = 0{,}03$					
vakio	49,35	10,13			
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	10,58	2,89	0,17	3,67	<0,001

Muuttujat ovat analyysin (Stepwise Regression) esittämässä järjestyksessä.
B eli regressiokerroin kertoo kuinka paljon osaamistaso muuttuu, kun muuttujan arvo lisääntyy yhdellä yksiköllä.
Beta (β) on regressiokerroin tilanteessa, jossa muuttujia haluttaisiin käsitellä standardipisteinä.

Kun *osaamista* voitiin selittää monilla muuttujilla (ks. edellä taulukko 4.15), osaamisen *muutosta* ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Yleisesti ottaen vähän matematiikkaa opiskelleiden ryhmissä (lukion lyhyen matematiikan pakollisten kurssien suorittaneiden ryhmässä) opettajajohtoinen opetus näyttää tuovan parempia tuloksia kuin muut menetelmät: äärimmillään 89 yksikköä (= 5 x 17,81 yksikköä). Vastaavasti enemmän kursseja suorittaneiden ryhmissä (7–11 kurssia lukiossa) oppilaan oma aktiivisuus annettujen kotitehtävien tekemisessä selittää osaamisen muuttumista; äärimmillään ero ryhmien välillä on 49 yksikköä lyhyen matematiikan kirjoittaneiden ryhmässä ja 53 yksikköä pitkän matematiikan kirjoittaneiden ryhmässä. Mallien selitysasteet ovat matalia – 3–6 % luokkaa; *valtaosa osaamisen muutoksesta toisen asteen aikana näyttää selittyvän siis muilla kuin opettajan pedagogisilla ratkaisuilla*. Parempia selitysasteita saadaan, kun asiaa tarkastellaan oppilaitoksen näkökulmasta luvussa 4.7.3.

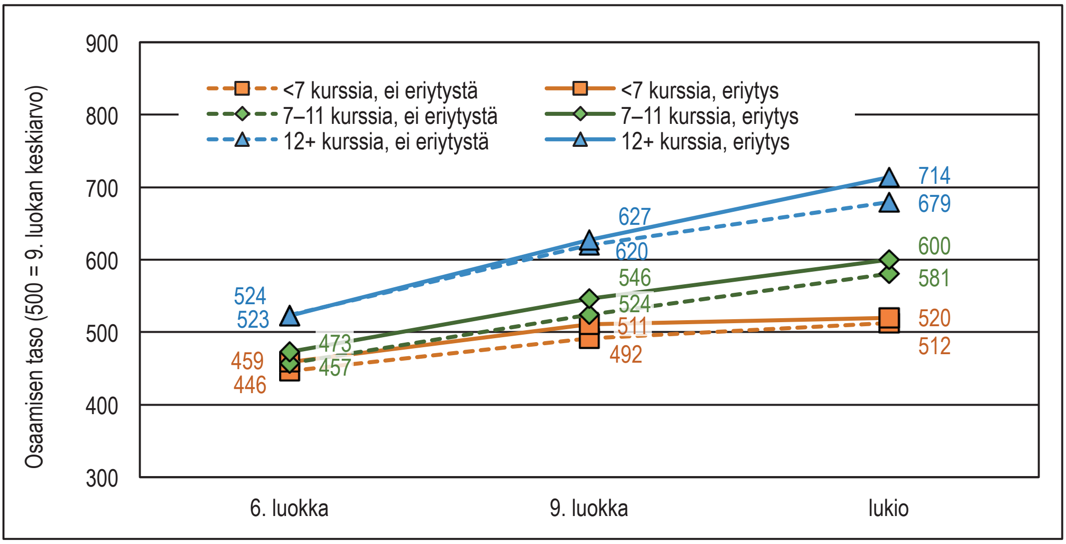
4.6.2 Opetuksen eriyttäminen on yhteydessä korkeampaan osaamistasoon mutta ei osaamisen muutokseen

Teknisesti hallinnollinen eriyttäminen eri tasoryhmiin on vastoin opetussuunnitelman henkeä, mutta pedagogisena toimena – ainakin oppilaiden ja opiskelijoiden muistamana ja ehkä joissain kouluissa vain yksittäisiin opiskelijoihin kohdistuneenakin – eriyttämistä harrastetaan lukiossa usein.[89] Kuudennella luokalla yksilöllinen eriyttäminen näyttää olleen jokseenkin harvinaista,

89 Lukion opetussuunnitelman perusteissa eriyttäminen mainitaan lyhyesti yhtenä opiskelijan tukimuotona (OPH, 2015, 20). Perusopetuksen OPS painottaa eriyttämistä *keskeisenä* pedagogisena lähtökohtana: ”Eriyttäminen perustuu oppilaantuntemukseen ja on kaiken opetuksen pedagoginen lähtökohta. Se koskee opiskelun laajuutta ja syvyyttä, työskentelyn rytmiä ja etenemistä sekä oppilaiden erilaisia tapoja oppia. Eriyttäminen perustuu oppilaan tarpeille ja mahdollisuuksille suunnitella itse opiskeluaan, valita erilaisia työtapoja ja edetä yksilöllisesti. Työtapojen valinnassa otetaan huomioon myös oppilaiden väliset yksilölliset ja kehitykselliset erot. Eriyttämällä tuetaan oppilaan itsetuntoa ja motivaatiota sekä turvataan oppimisen rauhaa. Eriyttämisellä myös ehkäistään tuen tarpeen syntymistä.” (OPH, 2014, 30.)

sillä 21 % oppilaista tuli kouluista, joissa opettajien mukaan matematiikan tunnilla lähes kaikki oppilaat saavat ratkaistavakseen eri tehtävät.[90] Yläluokkien aikana eriyttämisestä tulee pikemmin standardi: 71 % 9. luokan oppilaista ja 75 % toisen asteen opiskelijoista ilmoitti, että kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä usein tai lähes aina. Edellä taulukossa 4.15 havaittiin, että pedagoginen eriyttäminen selitti osaamistasoa merkitsevästi lukion pitkän matematiikan ryhmässä. Koko aineistossa toisen asteen lopussa ero ryhmän ”ei lainkaan” ja ”lähes aina” on merkittävä.[91]

Vaikka ilmiö näyttää selvältä, pedagoginen eriyttäminen näyttää olevan ensisijaisesti yksittäisen opiskelijan muistama ilmiö. Eriyttämisen vaikutukset eivät ole yksiselitteisiä oppilaitoksen tasolla – tai ainakin tulokset ja tulkinnat poikkeavat toisistaan opiskelijan ja oppilaitoksen kannalta katsoen. Opiskelijan kannalta tarkastellen asia näyttäytyy kuvion 4.47 mukaisena ja oppilaitoksen näkökannalta kuvion 4.48 mukaisena; tulkinnat ovat päinvastaisia. Kuvioissa katkoviiva kuvaa niitä lukioita, joissa opetusta ei eriytetty ja yhtenäinen viiva viittaa eriyttämiseen.

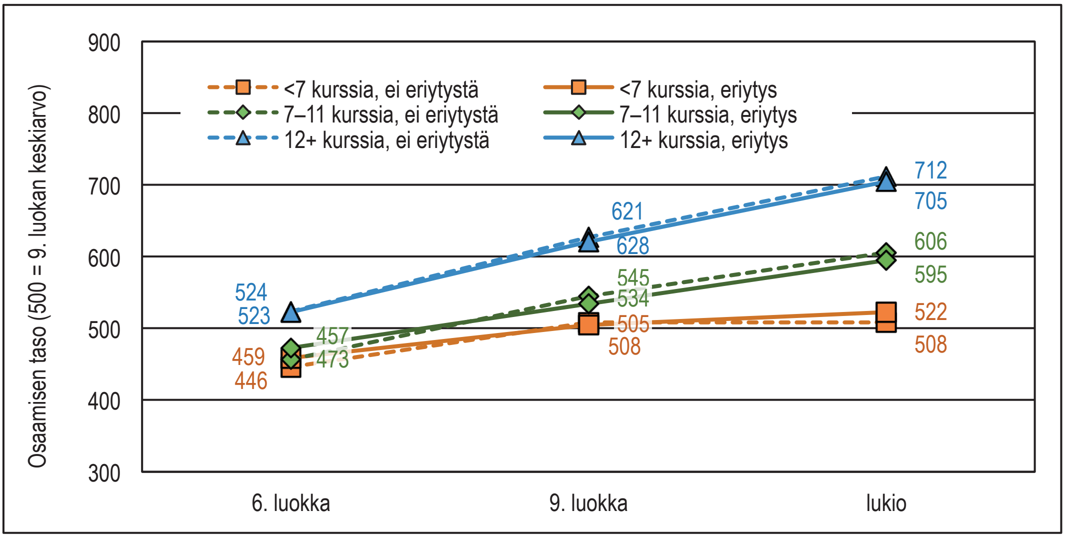


KUVIO 4.47 Pedagogisen eriyttämisen vaikutus osaamisen eriytymiseen opiskelijan näkökulmasta[92]

90 Kysymys asetettiin oleellisesti eri tavalla 6. luokan mittauksen yhteydessä kuin ylemmillä luokilla. Ensiksi asiaa kysyttiin vain opettajalta. Toiseksi alkuperäinen väite oli myöhemmille mittauksille käänteinen: *Matematiikan tunnilla lähes kaikki oppilaat saavat ratkaistavakseen samat tehtävät*, jota arvioitiin viisiportaisesti asteikolla Täysin eri mieltä – Täysin samaa mieltä. Tässä esitetty 21 % on niiden oppilaiden osuus, joiden kouluissa opettaja sanoi olevansa alkuperäisestä väitteestä täysin tai jokseenkin eri mieltä.

91 ANOVA, viisi ryhmää: ei lainkaan, harvoin, joskus, usein, lähes aina: $F(4: 1914) = 29{,}96$, $p < 0{,}001$; $f = 0{,}25$
ANOVA, kolme ryhmää DTA:n perusteella: ei lainkaan; harvoin tai joskus, usein tai lähes aina: $F(2:1916) = 58{,}05$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}25$

92 Kuvasta on jätetty pois ne opiskelijat, joilla ei ollut asiasta mielipidettä tai joiden mielestä eriyttämistä oli ollut ”joskus” tai ”harvoin”. Ryhmään *ei eriytystä* laskettiin ne opiskelijat, joiden mukaan opiskelijat *eivät koskaan* tehneet oman tasoisia tehtäviä ja ryhmään *eriytys* laskettiin ne opiskelijat, joiden mukaan eriyttämistä tehtiin ”usein” tai ”lähes aina”. Keskiarvojen mielessä vain ryhmä ”ei koskaan” poikkeaa muista ryhmistä merkittävästi. Tässä kuvassa keskitytään eriyttämiseen yksittäisen opiskelijan näkökannalta.



KUVIO 4.48 Pedagogisen eriyttämisen vaikutus osaamisen eriytymiseen oppilaitoksen näkökulmasta[93]

Kuviosta 4.47 havaitaan muutamia, yksittäisten opiskelijoiden eriyttämiseen liittyviä kiintoisia seikkoja. Ensiksi on huomionarvosta, että 6. luokan alkuun tultaessa – kun eriyttämistä ei juuri ole ollut vaan valtaosin kaikki oppilaat tekevät samoja tehtäviä – oppilaiden välillä ei ole suurta eroa. Myöhemmin lukion matematiikan pitkän oppimäärän valinneet opiskelijat eroavat muista ryhmistä jo tässä vaiheessa kokonaisosaamisen korkean tason vuoksi, mutta muita oppilaita on vaikea erottaa toisistaan. Muut kuin matematiikan pitkän oppimäärän suorittajat ovat 6. luokan alussa kaikki vajaan 50 yksikön päässä toisistaan. Kuviosta 4.47 voidaan päätellä, että eriyttämisen vaikutus alkaa pääsääntöisesti yläluokilla ja jatkuu toisen asteen opintojen aikana. Jo 9. luokan lopussa erot ryhmien välillä ovat 19–22 yksikön luokkaa lukion lyhyen oppimäärän opiskelijoilla niiden hyväksi, joiden opetusta oli eriytetty oman tasoisiin tehtäviin. Mielenkiintoinen poikkeus ovat matematiikan pitkän oppimäärän valinneet opiskelijat: 9. luokan lopussa eriyttämisellä ei ole heihin mitään vaikutusta – ehkä he osaavat käytännössä kaiken sen, mitä pitääkin osata 9. luokan loppuun mennessä. Kyseessä saattaa olla heidän osaltaan siis kattoefektistä – ehkä opetussuunnitelman perusteet tai 9. luokkien käytänteet eivät anna tälle ryhmälle mahdollisuuksia edetä aivan yhtä korkealle kuin he saattaisivat päästä. Näyttää siis siltä, että *jos yksittäisen opiskelijan eriyttäminen on ollut systemaattista (usein tai lähes aina), tulokset ovat merkitsevästi parempia lukion pitkän matematiikan suorittavilla opiskelijoilla*. Eriyttäen opiskeltaessa osaaminen on selvästi korkeampaa kaikissa ryhmissä lukuun ottamatta lukion ryhmää, jossa suoritettiin minimimäärä matematiikan kursseja. 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä ero on 19 yksikköä ja vähintään 12 kurssia

93 Ylemmillä luokilla oli hyvin harvoja oppilaitoksia ja järjestäjiä, joissa ei olisi lainkaan harrastettu pedagogista eriyttämistä. Kuvassa ryhmään *ei eriytystä* laskettiin ne lukiot, joissa lähes kaikki opiskelijat ilmaisivat, että oppitunneilla *ei koskaan* tehty tai tehtiin vain *harvoin* tai *joskus* (keskiarvo 1,0–3,9) oman tasoisia tehtäviä. Ryhmään *eriytys* laskettiin ne lukiot, joissa lähes kaikki opiskelijat ilmaisivat, että oppitunneilla tehtiin oman tasoisia tehtäviä *usein* tai *lähes aina* (keskiarvo 4,0–5,0). 6. ja 9. luokalla mukana ovat kaikki oppilaat – kaikista kouluista oppilaita oli riittävästi analyysin tekemiseen. Toisen asteen lopun mittauspisteessä kuvaan on otettu mukaan vain ne lukiot, joista oli vähintään *viisi* vastaajaa.

suorittaneiden ryhmässä 33 yksikköä eriytetysti opiskelleiden hyväksi. Merkittävää on siis, että myös lähtötasoltaan heikkojen opiskelijoiden ryhmässä yksittäisen opiskelijan eriyttäminen on myönteisessä yhteydessä osaamiseen.

Toiseksi näyttää siltä, että lukiokoulutuksen aikana eriyttämisellä on erityistä vaikutusta osaamisen ääripäissä. Lukion pitkän matematiikan valinneilla opiskelijoilla osaaminen kasvaa 9. luokan tulokseen nähden toisen asteen aikana, mikäli yksittäisten opiskelijoiden opetusta on eriytetty taitotason mukaisesti. Tulkinta ei tosin ole yksiselitteistä: emme tiedä, onko eriyttäminen seurausta siitä, että osa opiskelijoista on matematiikan osaamiseltaan niin hyviä, että on mielekkäämpää antaa heidän edetä omassa tahdissaan kuin pitää heitä normaaliopetuksessa. Tällöin eriyttäminen ei selitä osaamista vaan päinvastoin.

Kolmanneksi näyttää siltä, että lukion lyhyen matematiikan kirjoittaneiden ja sen kirjoittamatta jättäneiden ryhmissä eriyttämisellä ei ole merkitystä. Erot ovat syntyneet jo 9. luokan loppuun mennessä eikä lukion aikana ero kasva.

Edellä sanottu ei kuitenkaan ole koko totuus, kuten huomataan kun ilmiötä tarkastellaan *oppilaitoksen* näkökulmasta. Tulkinnan kannalta haasteellista on nimittäin erottaa onko yksittäisen opiskelijan muistama eriyttäminen kohdistunut vain häneen itseensä (jolloin opiskelija voi rehellisesti sanoa, että eriyttämistä on tapahtunut usein tai aina), vai onko eriyttäminen ollut opettajan valitsema pedagoginen *yleinen* toimintatapa. Jos *monet* opiskelijat sanovat, että eriyttämistä on tapahtunut usein tai lähes aina, voidaan tulkita, että kyse on lukion yleisestä eriyttämistendenssistä. Luokitellaan lukiot eriyttäviin, joissa useimpien opiskelijoiden mielestä eriytetään usein tai lähes aina, ja ei-eriyttäviin, joissa useimpien opiskelijoiden mielestä eriytettiin joskus, harvoin tai ei koskaan. Kuviossa 4.48 havainnollistetaan tilannetta tästä näkökulmasta.

Kuviossa 4.48 nähdään, että eriyttäneiden ja eriyttämättä jättäneiden lukioiden välillä ei ole juuri eroja opintojen lopulla. Eriyttäneistä lukioista tulleet, vähintään 12 kurssia suorittaneet opiskelijat olivat keskimäärin 7 yksikköä *heikompia* kuin ne, jotka tulivat ei-eriyttäneistä lukioista. Sama tendenssi nähdään myös ryhmässä, jossa suoritettiin 7–11 kurssia: ero on ei-eriyttäneiden hyväksi 11 yksikköä. Poikkeuksen tekee lukion ryhmä, joka suoritti vain minimimäärän kursseja. Tässä pienessä ryhmässä osaaminen on hieman parempaa niissä lukioissa, joissa opetusta eriytettiin systemaattisesti useille opiskelijoille. Ero on 14 yksikköä niiden lukioiden hyväksi, joissa eriytystä oli tapahtunut systemaattisesti.

Yhdistämällä kuvioiden 4.47 ja 4.48 tiedot, voidaan päätellä, että yksittäisen, hyvin tai heikosti menestyneen opiskelijan opetuksen eriyttäminen on hyödyllistä. Toisaalta kaikkien opiskelijoiden eriyttäminen tekemään oman tasoisia tehtäviään ei näytä olevan hyödyllistä opiskelijan kehittymisen kannalta. Itse asiassa tulokset ovat yleisesti ottaen hieman parempia, mikäli eriyttämistä ei tapahdu. Eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna ei siis tuota parempia tuloksia, mutta yksittäisten opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoistensa tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä.

4.6.3 Heikosti suoriutuvat oppijat eivät näytä hyötyvän aineenopettajasta

Edellä luvuissa 4.1.2 ja 4.4.1 esitettiin kuviot osaamisen muutoksesta eri ikäkausina. Tässä osuudessa käytävä keskustelu liittyy noiden kuvioiden pieneen yksityiskohtaan, johon ei paneuduttu em. kuvien yhteydessä.

Aineiston perusteella on ilmeistä, että *lukiokoulutuksen lopun suuret erot syntyvät itse asiassa jo perusopetuksen loppuun mennessä*. Lukion matematiikan pitkän oppimäärän valinneiden osaaminen on hyvin eriytynyttä jo 9. luokan lopussa. Aineistot osoittavat myös, että – lukuun ottamatta myöhemmin pitkän oppimäärän valinneita oppilaita – 6. luokan alussa ei vielä pystytä ennustamaan oppilaan opinpolkua, sillä osaaminen on lähes identtistä lukioon suuntautuvien opiskelijoiden ryhmissä. Tiedetään myös, että useimmissa kouluissa 6. luokan alkuun asti oppilaan opettajana on käytännössä toiminut luokanopettaja ja pääsääntöisesti tästä eteenpäin opetuksesta ottaa vastuun matematiikan aineenopettaja.

Kokonaan toinen ja tässä yhteydessä vastaamatta jäävä kysymys on se, voiko olla mahdollista, että liian varhainen eriyttäminen yläluokkien aikana *saisi aikaan* sen, että osalla oppilaista osaamisen taso jää matalaksi. Käytännössä nimittäin on riski, että aineenopettajajärjestelmään siirtymisen yhteydessä yläluokilla opettajan primääri kiinnostus saattaa siirtyä siihen, että lukioon menevien oppilaiden osaamistaso saadaan vastaamaan lukiotasoa, ja tällöin heikoimpien oppilaiden matemaattisen osaamisen nostaminen voi jäädä sekundaariseksi. Voiko siis käydä niin, että oppilaan viestiessä viimeistään 9. luokan loppupuolella, että matematiikan oppiminen ei juurikaan häntä kiinnosta, hänet jätetään enemmän tai vähemmän oman onnensa nojaan? Aineiston perusteella tähän ei pystytä vastaamaan, mutta mikäli näin käy, olisi ehkä hyvä keksiä ratkaisuja myös näiden oppilaiden motivaation nostamiseen – oman onnensa ja oman aktiivisuuden varaan jättäminen ei liene missään mielessä suotava ratkaisu.

Edellä mainitut tiedot yhdistämällä näyttää ilmeiseltä, että heikosti menestyvät perusopetuksen oppilaat, jotka eivät juuri saa kotoakaan tukea akateemiselle uralle, eivät näytä juurikaan hyötyvän aineopettajajärjestelmästä. Herää kysymys, olisiko vähemmillä matemaattisilla taidoilla varustettu, ja ehkä näin paremmin heikompien tai motivoitumattomien oppilaiden ongelmia ymmärtävä luokanopettaja saanut heikoimpien oppijoiden osaamisen nousemaan myös yläluokkien aikana? Vai olisiko hyödyllistä ja tarpeellista kehittää matematiikan aineenopettajan osaamista tällä alueella.

Tulos herättää pohtimaan, olisiko hyödyllistä sekä heikoimmille että parhaimmille oppilaille, että luokanopettajan ja aineenopettajan työkenttää laajennetaan niin, että ne kulkevat pidempään limittäin? Kun pitäydytään opetussuunnitelman perusteiden mukaisissa opinnoissa – eikä parhaille oppijoille tarjota etukäteen ylemmillä luokilla opetettavia asioita – parhaiden oppilaiden opetuksen eriyttäminen jo varhaisilla luokilla aineenopettajan opetettavaksi ei oletettavasti saa aikaan liian suurta eroa oppilaiden osaamisessa ollakseen epätasa-arvoistavaa.

4.7 Oppilaitoksen osuus osaamisessa

Lukioaineistossa oppilaitoksen selitysosuus sekä osaamisesta että osaamisen muutoksesta on noin 8–9 % eli samaa luokkaa kuin perusopetuksessa. Lukion koko ei selitä osaamisen vaihtelua. Keskeinen ero parhaita suorituksia ja heikoimpia suorituksia saaneissa lukioissa on se, tulevatko opiskeltavat asiat selviksi. Parhaimpia tuloksia saaneissa lukioissa opiskeltavat asiat tulevat selväksi, opiskelijat tekevät annetut kotitehtävät sovitulla tavalla ja että opiskelijat neuvovat toisiaan useammin kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa. Heikoimpia suorituksia saaneissa lukioissa opetusmenetelmät ovat konkreettisia, käytännöllisiä ja näin ehkä opiskelijoiden motivaation nostamista tavoittelevia. Näyttää kuitenkin siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty tai jouduttu käyttämään, osaaminen ei selvästikään ole saavuttanut samaa tasoa kuin parhaita tuloksia saaneissa lukioissa. Emme tiedä, olisivatko tulokset heikommin menestyneissä lukioissa olleet parempia tai heikompia muita menetelmiä käyttäen.

Opettajan pedagogisilla ratkaisuilla on vaikeampi selittää osaamisen muutosta kuin osaamistasoa. Lukion pitkän matematiikan ryhmissä yksikään pedagoginen ratkaisu ei näytä tuovan selvästi muita parempaa tulosta. Sen sijaan näyttää siltä, että pedagogisten ratkaisujen lisäarvoa voidaan havaita lyhyen matematiikan ryhmissä. Lukioiden aikaan saamaa suurempaa muutosta selittävät keskeisemmin tehtävän vastauksen järkevyyden pohtiminen, mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä oppiminen ja opiskeltavien asioiden selväksi tuleminen.

Parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden lukioiden arvosanalinjat eivät kohtaa toisiaan. Parhaimpia tuloksia saavissa lukioissa vaaditaan selvästi enemmän osaamista samaan arvosanaan kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa. Heikoimmin suoriutuneiden lukioiden parhaita arvosanoja saaneet opiskelijat ovat heikompia kuin parhaita tuloksia saaneiden lukioiden heikoimpia arvosanoja saaneet opiskelijat. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä. Ero johtaa ilmeiseen epätasa-arvoon opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin, kun lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia.

Lähtökohtana oppilaitostason tarkastelulle lukiokoulutuksen lopussa on se, että perusopetusta koskevissa arvioinneissa koulua koskevat tiedot eivät juuri ole selittäneet osaamistasoa. Tämä johtuu suurelta osin kahdesta tekijästä: yhtäältä siitä, että Suomessa koulujen väliset keskiarvoerot on yleisesti ottaen pieniä (ks. mm. Schleicher, 2006), ja toisaalta vallalla olevasta käytännöstä, että vanhemmat laittavat lapsensa lähikouluun. Viimeksi mainitusta seuraa se, että kaikissa kouluissa ja lähes kaikissa luokissa oppilaiden vaihtelu on suurta: samassa luokassa on todennäköisesti sekä arvosanoja 10 ja 5 saaneita oppilaita ja kaikkea tätä väliltä.[94] Näiden tekijöiden vuoksi koulujen ja opettajien selitysaste on arvioinneissa jäänyt varsin pieneksi, kun sitä arvioidaan kansainvälisestä perspektiivistä.

94 Tästä poikkeuksena ovat erikoisluokat – esimerkiksi musiikki-, kieli- ja matematiikkaluokat – jonne hakeutuvien oppilaiden taustat ja osaamistasot voivat olla hyvinkin samanlaisia. Hautamäki (2010) painottaa, että luokan tasoinen ryhmittely selittää osaamista selvästi paremmin kuin koulun tasoinen ryhmittely. Menetelmällinen haaste arvioida sekä koulun että luokan efektiä samanaikaisesti syntyy siitä, että yleensä kouluissa ei ole tarpeeksi luokkia, jotta koulun tason lisäksi luokkatasolle saataisiin aito normaalijakauma aikaan; Hox (1995), Kreft (1996), Hox & Maas (2001), Maas & Hox (2005) ja Cheung & Au (2005) keskustelevat otoskoosta. heidän mukaansa 20–25 tapausta kullakin tasolla olisi riittävä otoskoko varianssin takaamiseksi analyysin pohjaksi. Tämä ehkä selittää sen, että Hautamäen (2010) aineistossa koulun selitysaste painuu joissain tarkasteluissa mitättömäksi kun luokkataso otetaan huomioon. Luokan ja koulun vaihtelua on joskus vaikea erottaa toisistaan, vaikka luokkataso selittääkin osaamista paremmin kuin koulutaso.

Kuusela (2006, 85) raportoi vuotta 2006 edeltävien perusopetuksen arviointiaineistojen pohjalta, että koulujen selitysaste oli 10–16 %. Myöhemmissä arvioinneissa – esimerkiksi aiemmassa matematiikan pitkittäisarvioinnissa (Metsämuuronen 2013b, 82) – koulu selitti oppilaiden osaamisen vaihtelusta 3. luokalla 12 prosenttia, 6. luokalla 8 prosenttia ja 9. luokalla 8 prosenttia. Luvut ovat erittäin pieniä, kun niitä vertaa kansainvälisiin tuloksiin, puhumattakaan esimerkiksi Nepalissa vastaavissa arvioinneissa saatuihin lukuihin. Siellä koulun selitysosuus on lähes 70 % (Acharya, Metsämuuronen & Metsämuuronen, 2013, 291; Thapaliya & Metsämuuronen, 2013, 317). Hattien 800 meta-analyysin perusteella tehdyn meta-meta-arvion mukaan opettajan efekti olisi kansainvälisesti 30 % luokkaa (Hattie, 2003; 2016; Hattie, Masters, & Birch, 2015) – PISA-aineiston perusteella Freemanin ja Vierengon (2014) arvio Suomen kaltaisille OECD-maille on 20 %:n luokkaa.[95] Koulun selittävä vaikutus on siis Suomessa selvästi pienempi kuin muissa vertailumaissa.

Aineistossa ei ole monta muuttujaa, joita olisi mielekästä tarkastella oppilaitoksen tasolla. Lukiossa koulutusta antaa yksittäinen lukio vaikka samalla koulutuksen järjestäjällä on useassa tapauksessa useita lukioita. Toisin kuin ammatillisessa koulutuksessa, jossa oppilaitokset poikkeavat toisistaan hyvinkin paljon riippuen koulutusaloista, lukioissa koulutuksen sisältö on kohtuullisen vakio lukuun ottamatta kurssien määriä. Lukujen 4.2.3 ja 4.2.4 perusteella tiedetään (ks. tarkemmin Metsämuuronen, 2017), että lukion *sijainnilla* näyttää olevan jossain määrin merkitystä sen kannalta, millaista matemaattista osaamista kehittyy. Tietyillä seutukunnilla sekä ammatillisessa että lukiokoulutuksessa saadaan aikaan maan parasta osaamista ja vastaavasti toisilla alueilla molempien suhteen saadaan heikointa osaamista. Kokonaisaineistossa huomattiin myös erikoisuus, että seutukuntien pääkaupungeissa saatiin syntymään hieman korkeampaa osaamista kuin reuna-alueilla (Metsämuuronen, 2017), mikä saattaa selittyä laajemmilla ja houkuttelevammilla kurssivalikoimilla.

Tässä luvussa tarkastellaan kolmea suoraan oppilaitokseen liittyvää tekijää: oppilaitoksen selitysosuutta osaamisen vaihtelusta (luku 4.7.1), lukion koon merkitystä osaamiseen (luku 4.7.2) ja opiskelijoiden keskimääräisen osaamistason merkitystä erilaisiin pedagogisiin valintoihin (luku 4.7.3). Seikkoja tarkastellaan sekä osaamisen että osaamisen muutoksen näkökulmasta: näkökulmana on erityisesti muutos lukiokoulutuksen aikana.

4.7.1 Oppilaitos selittää vain vähän opiskelijoiden vaihtelusta

Aiempien luokkien analyysin perusteella perusopetuksesta tiedetään, että suomenkielisessä aineistossa opetuksen järjestäjä selitti osaamisen *muutoksesta* 3–12 prosenttia riippuen kuntatyypistä: kaupunki- ja taajamamaisten järjestäjien ryhmässä selitysaste on 3 prosentin luokkaa

95 Yleisesti ottaen Hattien tulosten vertailu on hankalaa koulun tai opettajan efektiin samassa mielessä kuin yleensä tarkoitetaan, koska Hattien luvut näyttävät perustuvan yksittäisten tekijöiden listaamiseen eivätkä kokonaisarvioon (vrt. Hattie, 2003 ja 2016). Hattien (2003) arvion mukaan oppilaan oma vaikutus on 50 %, opettajan 30 % ja loput 20 % jakautuvat koululle (5 %), rehtorille (5 %), kodille (5 %) ja vertaisryhmälle (5 %). Freemanin ja Vierengon (2014), PISA-aineistoon perustuvan vakuuttavan arvion mukaan koulun selitysaste riippuu oleellisesti siitä, valitaanko oppilaat jo varhain osaamistason mukaisiin ryhmiin vai ei. Niissä OECD-maissa, joissa eriytyminen jo varhaisina kouluvuosina on selvää, koulun efekti on 44 %:n luokkaa, ja järjestelmissä, joissa ei eriyttämistä tapahdu – kuten Suomessa – koulun efekti on 20 %:n luokkaa. Kansallisten ja kansainvälistenkin aineistojen perusteella Suomessa arvot ovat karkeasti arvioiden noin puolet tästä. Koulujen sisällä vaihtelu on siis suurta verrattuna koulujen väliseen vaihteluun.

(Metsämuuronen, 2013b, 84–85). Vastaavasti *osaamisesta* järjestäjä selitti suomenkielisessä aineistossa 6 prosenttia ja ruotsinkielisessä aineistossa 14 prosenttia. Tässä arvioinnissa oppilaitoksen selitysosuus matematiikan *osaamisen* vaihtelusta lukiokoulutuksen lopulla on 8 prosenttia [96], kun otetaan huomioon vain ne lukiot, joista opiskelijoita tuli aineistoon yli 10 (n = 48, 28 prosenttia lukioista).[97] Vastaavasti osaamisen *muutosta* lukiokoulutuksen aikana pystytään selittämään oppilaitoksen avulla 9 %.[98]

Kaikkiaan oppilaitoksen efektit ovat hyvin matalia lukiokoulutuksen lopulla. Tiedetään siis, että lukioiden välillä ei lähtökohtaisesti ole suuria eroja ja että yli 90 % oppilaiden osaamisen vaihtelusta selittyi *muilla* kuin kouluun liittyvillä systemaattisilla tekijöillä.

4.7.2 Lukion koko ei selitä osaamisen eroja

Lukion koko[99] ei osoittaudu merkittäväksi selittäjäksi *osaamisen* erojen välillä; erot ovat kokonaisuutena arvioiden pieniä. [100] Ero on merkitsevä, mutta ero matalinta osaamista osoittavan kvartiilin (Q2[101], 611) ja korkeinta osaamista osoittavan kvartiilin (Q4, 635) välillä ei ole merkittävän suuri. Kun asiaa tarkastellaan lukiossa erikseen eri kurssivaihtoehtojen näkökulmasta (kuvio 4.49), vähäinenkin tilastollinen ero häviää.[102] Näyttää siis siltä, että kokonaisuutena lukioaineiston tarkastelussa merkitsevyys syntyy siitä, että joissain lukioissa aineistoon on tullut enemmän matematiikan pitkän oppimäärän lukijoita kuin joissain toisissa lukioissa.

96 Monitasomallitus, REML-estimointi, sisäkorrelaatio p = 0,084 (lukio)

97 Koulun selitysaste riippuu siitä, kuinka pienet koulut mukaan otetaan. Jos otetaan mukaan lukiot, joissa opiskelijoita oli yli 5 (n = 83, 49 prosenttia lukioista), selitysaste on 10 %. Monitasomallituksessa edellytyksenä on, että sekä oppilaitoksia on riittävästi että koulujen sisällä opiskelijoita on riittävästi, jotta mallituksesta tulisi mielekäs. Aineistossa on mukana paljon lukioita, joista opiskelijoita tuli 5 tai vähemmän (n = 63). Näissä monitasomallitus ei ole mielekästä. Edellä keskusteltiin siitä, että Hox (1995), Kreft (1996), Maas & Hox (2005) ja Cheung & Au (2005) esittävät, että 20–25 oppilasta olisi ollut optimaalinen analyysiin.

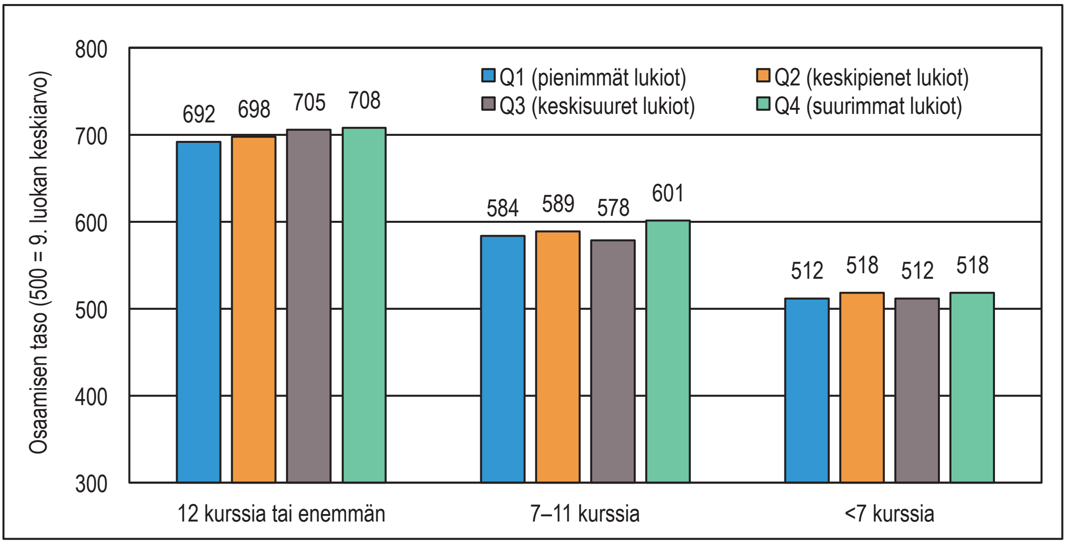
98 Monitasomallitus, REML-estimointi, sisäkorrelaatio p = 0,093

99 Tässä lukion kokoa käsitellään olemassa olevan aineiston pohjalta – ei aktuaalisen koon perusteella. Lukion koko luokiteltiin sen perusteella, kuinka moni opiskelijoista kirjoitti ylioppilastutkintolautakunnasta saadun tiedon mukaan joko pitkän tai lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeen. DTA löysi lukioiden oppilasmäärän perusteella jakokohdan ”83 ylioppilaskokeen kirjoittanutta opiskelijaa”, jota pienemmissä lukioissa tuli hieman heikompia tuloksia kokeessa (615) kuin tätä suuremmissa lukioissa (635). Lopullista analyysia varten oppilaitokset jaoteltiin oppilaitoksen koon perusteella ensin kvartiileihin (Q1–Q4) niin, että kuhunkin koko-kvartiiliin kuuluu suurin piirtein yhtä monta oppilaitosta. Toisessa vaiheessa tämä tieto yhdistettiin opiskelija-aineistoon ja näin kuhunkin kvartiiliin kuuluu oleellisesti eri määrä opiskelijoita – pienistä kouluista vähän ja suurista oppilaitoksista paljon. Tuonnempana luvussa 4.7.3 kvartiilit muodostettiin osaamisen ja osaamisen muutoksen perusteella.

100 ANOVA, lukio kokonaisuutena, $F(3; 1259) = 3{,}59$, $p = 0{,}013$, $f = 0{,}08$

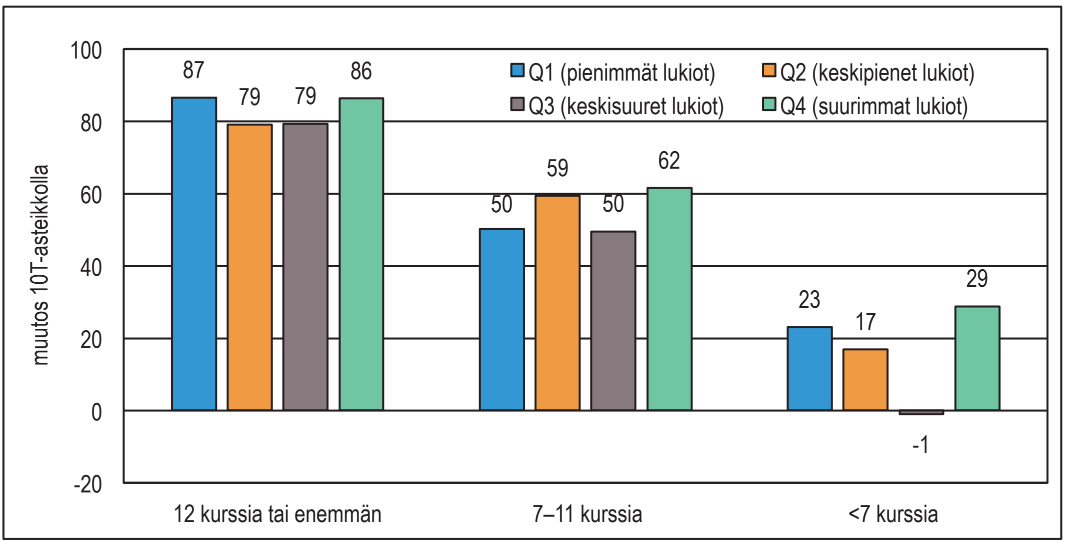
101 Huom. Matalinta osaamista ei osoitettu pienimmissä oppilaitoksissa (Q1) vaan näitä hieman suuremmissa (Q2).

102 ANOVA, lukio eri kurssivalinnoilla, < 7 kurssia: $F(3; 157) = 0{,}07$, p = n.s., $f = 0{,}03$; 7–11 kurssia: $F(3; 594) = 2{,}58$, $p = 0{,}05$, $f = 0{,}11$; 12 kurssia tai enemmän: $F(3; 500) = 0{,}65$, p = n.s., $f = 0{,}06$



KUVIO 4.49 Lukion koon yhteys osaamistasoon

Tarkasteltaessa lukion koon osuutta osaamisen *muutokseen* näyttää silmämääräisesti siltä, että yhteys ei ole systemaattista. Pitkän matematiikan ryhmissä parhaita tuloksia tuli suurimmissa ja pienimmissä lukioissa, ja niiden ero keskisuuriin lukioihin nähden on vajaan 10 yksikön luokkaa (kuvio 4.50). Lyhyen matematiikan ryhmissä osaamisen muutos näyttää olevan hieman suurempaa suurimmissa lukioissa, mutta erot ryhmien välillä vain 12 yksikön luokkaa. Erot eivät ole merkitseviä.[103]



KUVIO 4.50 Lukion koon yhteys osaamisen muutokseen

103 ANOVA, lukio eri kurssivalinnoilla, < 7 kurssia: $F(3; 157) = 1{,}79$, p = n.s., $f = 0{,}18$;
7–11 kurssia: $F(3; 594) = 1{,}29$, p = n.s., $f = 0{,}08$;
12 kurssia tai enemmän: $F(3; 500) = 0{,}38$, p = n.s., $f = 0{,}04$.

4.7.3 Osaamisen muutosta on vaikea selittää pedagogisilla ratkaisuilla

Kolmas näkökulma tulee oppilaitoksen tuottaman lisäarvon näkökulmasta. Tarkastellaan asiaa sen kannalta, mitä tehtiin toisin niissä lukioissa, joissa yhtäältä arviointikokeen tulokset olivat parempia ja joissa toisaalta osaaminen muuttui eniten. Miten toimivat ne opettajat, jotka tulivat parhaita tuloksia saaneista lukioista? Asiaa tarkastellaan kahdesta näkökulmasta. Yhtäältä näkökulmana ovat korkeinta ja matalinta *osaamista* osoittavat lukiot: Käyttävätkö opettajat korkeinta osaamista osoittavissa lukioissa erilaisia opetusmenetelmiä kuin alemmalle tasolle jääneissä lukioissa? Toisaalta samaa asiaa tarkastellaan osaamisen *muutoksen* kannalta: Käyttivätkö opettajat erilaisia opetusmenetelmiä niissä lukioissa, joissa osaaminen muuttuu eniten verrattuna niihin, joissa osaaminen muuttui vähiten?

Tarkastelua varten lukiot jaetaan kvartiileihin kahdella eri tavalla: yhtäältä osaamisen perusteella ja toisaalta muutoksen perusteella. Q1 viittaa siis yhtäältä heikoimpia suorituksia saaneisiin lukioihin ja toisaalta vähiten muutosta aikaan saaviin lukioihin. Vastaavasti Q4 viittaa yhtäältä korkeimpia keskiarvoja saaneisiin lukioihin ja toisaalta suurinta muutosta aikaan saaviin lukioihin. Tarkastelu rajataan äärikvartiileihin eli siinä verrataan toisiinsa alinta ja ylintä kvartiilia (Q1 ja Q4) ja kysytään, mitä Q4-kvartiilissa tehdään eri tavalla kuin Q1-kvartiilissa. Sekä osaamisen että muutoksen osalta käytetään arviointikokeen ja pitkittäisaineiston tuottamaa tietoa, vaikka lukioaineistossa käytettävissä oli myös ylioppilaskokeen tuoma tieto.[104]

Lukioaineistossa väliin tulevana ja sekoittavana tekijänä toimii kurssien määrä: mitä enemmän vastanneissa on pitkän matematiikan lukijoita, sitä korkeammaksi keskiarvo nousee ja sitä enemmän muutosta on odotettavissa.[105] Toinen potentiaalisesti sekoittava tekijä on koulun koko. Opiskelijamäärältään pienen lukion tulokset voisivat olla hyvinkin erilaisia, jos mukana olisi ollut yksi tai kaksi opiskelijaa lisää. Näin ollen tarkentavissa regressioanalyyseissa otetaan mukaan vain ne lukiot, joilta mukaan saatiin vähintään neljä opiskelijaa – hyvin pienet yksiköt on jätetty analyysin ulkopuolelle.[106]

104 Osaamisen osalta haasteeksi tulee sen tietäminen, mikä on lukion (opiskelijoiden) todellinen osaamistaso muihin lukioiden nähden. Ylioppilastutkintotietoa voitaisiin käyttää hyödyksi – luokitteluperusteena voisi olla lukion menestyminen matematiikan pitkän tai lyhyen oppimäärän (tai molempien) ylioppilaskokeessa. Näin saataisiin arvioitua taso uskottavasti myös niiden lukioiden osalta, joista aineistoon tuli vain muutamia opiskelijoita. Tätä strategiaa käytetään tuonnempana tulevassa mallituksessa, kun vertailukelpoista osaamista ja arvosanaa pyritään ennustamaan. Tulosten kannalta ongelmallista on se, että mikäli kvartiilijako tehdään ylioppilaskokeiden perusteella, se on *oleellisesti* eri, kuin jos se tehdään aineistoon valikoituneiden opiskelijoiden ja heidän kokeessa menestymisen perusteella. Käytännöllisesti katsoen kvartiilijaot eivät vastaa toisiaan lainkaan. Vain ehdottomasti parhaat oppilaitokset ovat samat, mutta niissäkin vaihtelu on suurta. Jo pelkästään se fakta, että arviointikokeessa on mukana myös niitä, jotka eivät ylioppilaskoetta suorittaneet lainkaan, voi selittää eroa kvartiilijakojen taustalla. Aineiston perusteella tiedetään, että arviointikokeeseen osallistuneista ja ylioppilaskokeeseen ilmoittautuneesta opiskelijoista (n = 1 479) vain osalta (n = 891) ylioppilaskoetieto oli lopulta käytettävissä – peräti 40 %:lla opiskelijoista tietoa ei ollut käytettävissä.

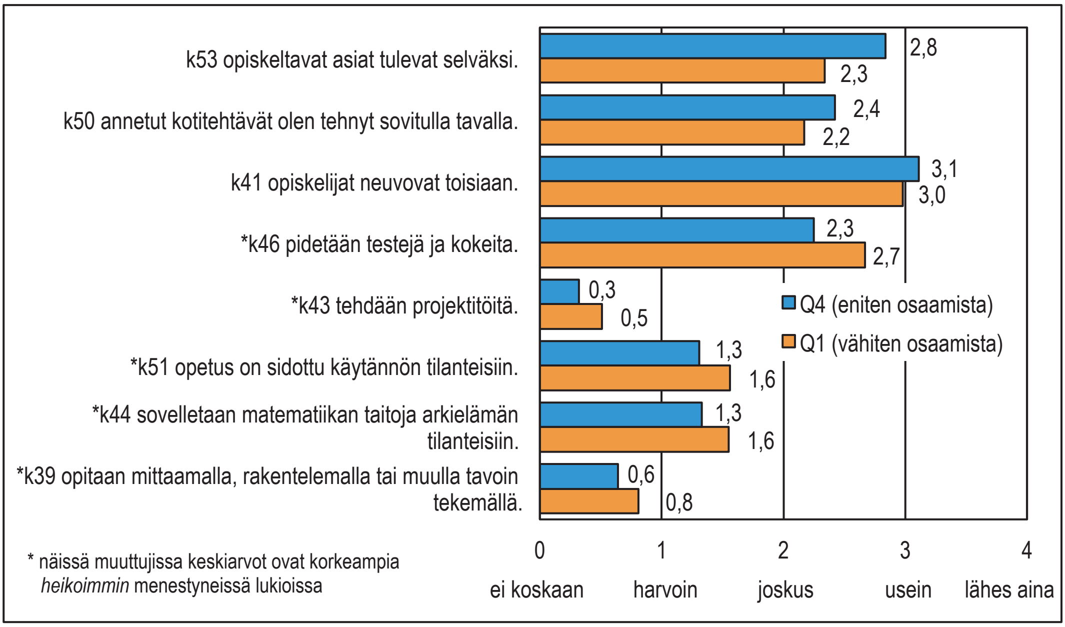
Päädyttiin ratkaisuun, että *kvartiilijako muodostetaan arviointikokeen perusteella* eikä ylioppilaskokeen perusteella. Koska lukion sijoittuminen kvartiileihin ei ole yksikäsitteistä, tuloksiin on syytä suhtautua terveen kriittisesti. Muutoksen osalta tulokset ovat helpommin tulkittavia ja tarkkoja mitä tulee yksittäisiin opiskelijoihin. Muutoksen analysoinnissa ei ole edes mahdollista käyttää ylioppilaskoetietoja.

105 Itse asiassa vähintään 12 kurssia suorittaneiden osuus aineistossa selittää osaamisesta 6 %:n verran (regressioanalyysissa $R^2_{Adj} = 0{,}06$).

106 Lukion sijoittumiseksi eri kvartiileihin aggregoitiin oppilaiden koetulokset lukiokohtaiseksi keskiarvoksi. Tämän jälkeen poistettiin ne oppilaitokset, joiden opiskelijamäärä aineistossa oli alle 5 ja muodostettiin kvartiilit. Analyysit tehtiin myös siten, että myös pienten yksiköiden opiskelijat olivat mukana. Tulokset ovat jossain määrin tästä poikkeavat – osittain eri muuttujia tulee mukaan malleihin.

Tuntitoimet ovat erilaisia heikoimmin ja parhaimmin suoriutuneissa lukioissa

Tuntitoimintoja koskevat muuttujat, jotka selittävät lukion kuulumista heikoimmin ja parhaimmin menestyneisiin lukioihin, on koottu kuvioon 4.51 ja taulukkoon 4.21.



KUVIO 4.51 Erilaisia opetustapoja heikoimmin (Q1) ja parhaimmin (Q4) menestyneissä lukioissa

TAULUKKO 4.21. Erilaisia opetustapoja heikoimmin (Q1) ja parhaimmin (Q4) menestyneissä lukioissa – tilastollisia tunnuslukuja

muuttujat[1]	F(1; 513)	*p*-arvo	f
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi.	40,62	<0,001	0,28
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	6,85	0,009	0,12
k41 opiskelijat neuvovat toisiaan.	3,29	0,07	0,08
*k46 pidetään testejä ja kokeita.	21,29	<0,001	0,20
*k43 tehdään projektitöitä.	10,24	0,001	0,14
*k51 opetus on sidottu käytännön tilanteisiin.	9,48	0,002	0,14
*k44 sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin.	5,93	0,015	0,11
*k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä.	5,67	0,018	0,11

1) muuttujat on järjestetty ensin sen mukaan viittaako suuri arvo parhaisiin vai heikoimpiin lukioihin ja sen jälkeen efektikoon mukaan
* Huomaa, että suuri keskiarvo viittaa heikoimmasta neljänneksestä tulleisiin lukioihin.

Lukiokoulutuksessa – ottamatta huomioon lyhyen ja pitkän matematiikan opintoihin osallistuneiden opiskelijoiden osuuksia – merkityksellisimmät testituloksia selittävät erot ovat, että parhaimpia tuloksia saaneissa lukioissa *opiskeltavat asiat tulevat selväksi, opiskelijat tekevät annetut kotitehtävät sovitulla tavalla* ja että *opiskelijat neuvovat toisiaan* useammin kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa. Toisaalta *heikompaan* tasoon lukioissa olivat yhteydessä se, että useammin *pidetään testejä ja kokeita*, *tehdään projektitöitä, opetus on sidottu käytännön tilanteisiin, sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin* ja se, että useammin *opitaan mittaamalla, rakentamalla tai muulla tavalla tekemällä*. Jälkimmäiset, käytännölliset menetelmät lienevät sellaisia, joita heikommin menestyneiden oppijoiden motivaatiota on pyritty nostamaan. Emme tiedä, olisivatko tulokset heikommin menestyneissä lukioissa olleet *parempia* muita menetelmiä käyttäen. Emme tiedä myöskään sitä, olisivatko tulokset ehkä olleet *heikompia* muita menetelmiä käyttäen. Näyttää kuitenkin siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty tai jouduttu käyttämään, osaaminen ei selvästikään ole ollut samalla tasolla kuin parhaita tuloksia saavissa lukioissa.[107]

Edeltävä analyysi perustui yksittäisten muuttujien tarkasteluun. Tarkastellaan muuttujia yhtä aikaa regressioanalyysin avulla ja selitetään kuulumista osaamisen suhteen parhaimpaan tai heikoimpaan neljännekseen. Lukioaineistossa oleellinen sekoittava tekijä on se, kuinka monta kurssia matematiikkaa opiskelijat ovat suorittaneet. Aineistossa vähintään 12 kurssia opiskelleiden osuus lukion opiskelijoista selittää valtaosin sijoittumisen ylimpään tai alimpaan neljännekseen.[108] Näin ollen lukioissa on järkevää sekä jakaa kvartiilit että tehdä analyysi erikseen pitkän ja lyhyen oppimäärän opiskelijoiden mukaisesti. Selittävät muuttujat on koottu taulukkoon 4.17.[109]

107 Ilmiön tulkinnan haaste on sama kuin erityisopetuksen vaikutuksen arvioinnissa. Yksinkertaisilla asetelmilla saadaan tulos, että oppimistulokset ovat heikompia, mikäli opiskelija saa tukiopetusta. Ei kuitenkaan ole mielekästä tulkita, että tukiopetuksen antaminen olisi *syy* sille, että tulokset ovat heikompia vaan *seurausta* siitä. Konkreettisia opetusmenetelmiä on saatettu joutua käyttämään, koska oppilaiden matemaattinen osaaminen ovat heikompaa. Toinen kysymys on se, että jos opettaja pysyttelee hyvin konkreettisissa työtavoissa liian pitkään, oppisisällöissä ei välttämättä päästä etenemään tarpeeksi pitkälle ja näin osaamistaso voi olla matalampi johtuen pedagogisesta ratkaisusta.

108 Lukioaineistossa oleellinen selittäjä sijoittumisesta ylimpään tai alimpaan kvartiiliin on se, kuinka suuri osuus vastaajista oli suorittanut matematiikkaa vähintään 12 kurssia eli käytännössä mikä osuus vastanneista oli suorittamassa matematiikan pitkän oppimäärän. DTA:n perusteella jakokohdaksi määräytyy 25 prosenttia; mikäli aineiston lukiossa yli neljäsosa opiskelijoista on suorittanut vähintään 12 kurssia, lukiolla suuri ”riski” kuulua osaamisen suhteen parhaimpaan neljännekseen, kun vaihtoehtona on kuulua heikoimpaan neljännekseen. Logistisen regressioanalyysin perusteella ”riski” on yli 15 000 kertainen. Tämä muuttuja yksin selittää ylä- ja alakvartiiliin luokittumisesta 48 % (Nagelkerke R^2 = 0,48).

109 Analyysi on ensin tehty alkuperäisillä muuttujilla, jotka ovat viisiportaisella asteikolla kysyttyjä asenneväitteitä. Kun selittävät muuttujat ovat löytyneet, niistä on etsitty DTA:n ja ANOVA:n avulla sellaiset jakokohdat, joissa alkuperäinen muuttuja voidaan jakaa mielekkäästi ja tilastollisesti merkitsevimmin kahteen ryhmään – muuttujat on dikotomisoitu. Pienempi vaihtoehdoista (esimerkiksi *ei koskaan* ja *harvoin*) saa arvon 0 ja suurempi (esimerkissä muut vaihtoehdot *joskus*, *usein* tai *lähes aina*) arvon 1. Dikotomisoinnin avulla saadaan aikaan helpommin ymmärrettäviä malleja, jolloin riskikerroin Exp(B) on suoraviivaisesti tulkittavissa.

TAULUKKO 4.17 Logistinen regressiomalli kuulumisesta heikoimpia ja parhaimpia oppimistuloksia saaneisiin lukioihin

muuttujat[1]	B	S.E.	Wald	df	p-arvo	Exp(B)
Lukio, 12 kurssia tai enemmän, Nagelkerke R^2 = 0,14						
vakio	-0,86	0,53	2,67	1	0,102	0,42
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	1,30	0,55	5,57	1	0,018	3,65
k43 tehdään projektitöitä. (0 = ei koskaan, 1 = harvoin, joskus, usein, lähes aina)	-0,79	0,40	3,89	1	0,049	0,45
k46 pidetään testejä ja kokeita. (0 = ei koskaan, harvoin, joskus 1 = usein, lähes aina)	-0,95	0,33	8,46	1	0,004	0,39
Lukio, 11 kurssia tai vähemmän, Nagelkerke R^2 = 0,10						
vakio	-0,66	0,34	3,71	1	0,054	0,52
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	1,21	0,36	11,51	1	0,001	3,35
k40 opiskelijat käyttävät tietokonetta. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,87	0,34	6,39	1	0,012	0,42
k51 opetus on sidottu käytännön tilanteisiin. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,60	0,24	6,62	1	0,01	0,55

1) muuttujat on järjestetty Exp(B) eli ”riskin” mukaiseen järjestykseen

Malleihin mukaan tulevat muuttujat ovat osittain erilaisia kuin taulukossa 4.20. Lukioissa 12 kurssia tai enemmän suorittaneiden ryhmässä parhaimmin menestyneeseen neljännekseen kuulumista ennusti se, että oppitunneilla pohditaan vähintään joskus *onko tehtävän vastaus järkevä*. Mikäli tehtävän vastauksen mielekkyyttä on pohdittu *joskus*, *usein* tai *lähes aina*, ”riski” kuulua parhaimpaan neljännekseen on lähes nelinkertainen (3,6-kertainen) verrattuna vaihtoehtoon, että lukio sijoittuisi alimpaan neljännekseen. Jos taas lukion pitkän oppimäärän ryhmissä *tehtiin* edes harvoin *projektitöitä* ja usein tai lähes aina *pidettiin testejä ja kokeita*, riski kuulua *heikommin* menestyneisiin lukioihin on yli kaksinkertainen (2,2- ja 2,6-kertainen) siihen nähden että kuuluisi parhaimpaan neljännekseen.[110]

Lukioryhmissä, joissa oli opiskeltu matematiikkaa vähemmän kuin pitkään oppimäärään vaadittavat opinnot (11 kurssia tai alle), keskeinen ero heikoimmin ja parhaimmin menestyneiden lukioiden välillä oli se, että parhaita tuloksia saaneissa lukioissa opiskelijat kokivat useammin, että *opiskeltavat asiat tulivat selväksi*. Jos asiat tulivat selviksi *joskus*, *usein* tai *lähes aina*, todennäköisyys kuulua parhaaseen neljännekseen oli yli kolminkertainen (3,3) verrattuna vaihtoehtoon, että lukio sijoittuisi alimpaan neljännekseen. Jos taas lukion lyhyen oppimäärän ryhmissä *käytettiin useammin tietokonetta* (joskus, usein tai lähes aina) ja *opetus sidottiin käytännön tilanteisiin* ainakin joskus, riski kuulua *heikommin* menestyneisiin lukioihin on kaksinkertainen (2,4- ja 1,8-kertainen) siihen nähden, että kuuluisi parhaimpaan neljännekseen.[111]

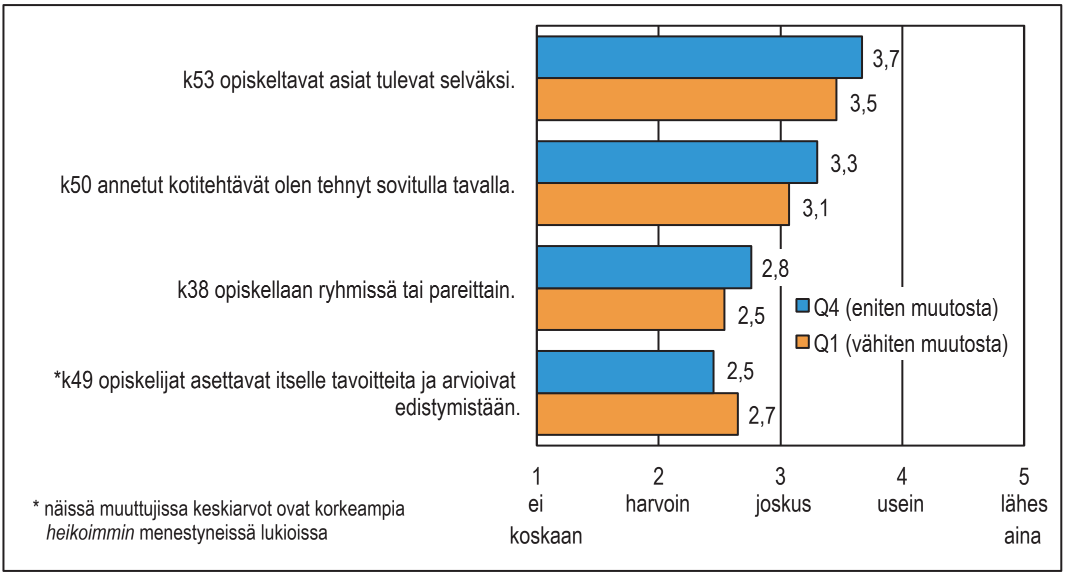
110 Taulukosta 4.2.2 nähdään, että riski kuulua parhaaseen neljännekseen on 0,45 ja 0,39. Tällöin riski kuulua heikoimpaan neljännekseen on 1/0,45 = 2,2 ja 1/0,39 = 2,6.

111 Taulukosta 4.2.2 nähdään, että riski kuulua parhaaseen neljännekseen on 0,42 ja 0,55. Riski kuulua heikoimpaan neljännekseen on 1/0,42 = 2,4 ja 1/0,55 = 1,8.

Tuntitoimet eivät selitä eroja vähiten ja eniten muutosta aikaan saaneiden lukioiden välillä

Edellä kuvattu osaamistaso itsessään ei liene ilmiönä kovin kiinnostava, sillä osaamistaso voidaan selittää helposti lukioon valikoitumisen perusteella eikä välttämättä lainkaan lukion parempana kykynä tuottaa parempia oppimistuloksia. Onhan ymmärrettävää, että esimerkiksi matematiikkaa painottavassa lukiossa opiskelleiden osaaminen *tulee olla* parempaa kuin muissa lukioissa. Pedagogisten ratkaisujen tulkinta on tällöin vähemmän kiintoisaa. Koulutuksen kannalta – lukion tuottaman lisäarvon näkökulmasta – kiinnostavampaa on se, *kuinka paljon lukio saa lisättyä opiskelijan osaamista opintojen aikana*. Parhaimmillaan siis lukio voi nostaa alun perin motivoitumattoman ja heikon opiskelijan osaamista radikaalisti. Tässä osuudessa tarkastellaan osaamisen muutokseen yhteydessä olevia tekijöitä opettajan tuntitoimien näkökulmasta.

Tuntitoimintoja koskevat muuttujat, jotka selittävät kuulumista pienintä ja suurinta muutosta tuottaneisiin lukioihin on koottu kuvioon 4.52 ja taulukkoon 4.18.



* muuttujissa keskiarvot ovat korkeampia heikoimmin menestyneissä lukioissa

KUVIO 4.52 Erilaisia opetustapoja vähiten (Q1) ja eniten (Q4) muutosta aikaan saaneissa lukioissa

TAULUKKO 4.18 Erilaisia opetustapoja vähiten (Q1) ja eniten (Q4) muutosta aikaan saaneissa lukioissa – tilastollisia tunnuslukuja

muuttujat[1]	F(1; 467)	*p*-arvo	f
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi.	5,61	0,018	0,11
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	4,72	0,030	0,10
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain.	3,64	0,057	0,09
*k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään.	4,39	0,037	0,10

1) muuttujat on järjestetty ensin sen mukaan viittaako suuri arvo parhaisiin vai heikoimpiin lukioihin ja sen jälkeen efektikoon mukaan
* Huomaa, että suuri keskiarvo viittaa heikoimmasta neljänneksestä tulleisiin lukioihin.

Lukioissa suurempaa osaamisen lisäystä voidaan selittää neljällä pedagogisiin valintoihin liittyvällä tekijällä. Kokonaisuutena arvioiden – ottamatta huomioon lyhyen ja pitkän matematiikan opintoihin osallistuneiden opiskelijoiden osuuksia – suureen muutokseen olivat yhteydessä se, että *opiskeltavat asiat tulevat* useammin *selviksi, annetut kotitehtävät on* useammin *tehty sovitulla tavalla* ja se, että *opiskelijat opiskelevat* useammin *ryhmissä tai pareittain.* Muutoksen kannalta kyseenalaista on se, että *opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään*. Tätä oli tehty useammin *heikoimmin* menestyneissä lukioissa.

Edeltävä tarkastelu perustui yksittäisten muuttujien tarkasteluun. Tarkastellaan muuttujia yhtä aikaa regressioanalyysin avulla ja selitetään kuulumista osaamisen muutoksen suhteen suurimpaan tai pienimpään neljännekseen. Lukioaineistossa sekoittava tekijä on se, kuinka monta kurssia matematiikkaa opiskelijat ovat suorittaneet: vähintään 12 kurssia opiskelleiden osuus lukion opiskelijoista selittää jossain määrin sijoittumisen ylimpään tai alimpaan neljännekseen.[112] Näin ollen lukioissa on järkevää sekä jakaa kvartiilit että tehdä analyysi erikseen pitkän ja lyhyen oppimäärän opiskelijoiden mukaisesti. Selittävät muuttujat on koottu taulukkoon 4.19.

112 Edellä huomattiin, että mikäli aineiston lukiossa yli neljäsosa opiskelijoista on suorittanut 12 kurssia tai enemmän, lukiolla oli yli 15 000 kertainen ”riski” kuulua *osaamisen* suhteen parhaimpaan neljännekseen, kun vaihtoehtona on kuulua heikoimpaan neljännekseen. *Muutoksen* osalta tilanne ei ole lainkaan näin selkeä. Mikäli aineiston lukiossa yli neljäsosa opiskelijoista on suorittanut matematiikkaa 12 kurssia tai enemmän, lukiolla oli ”vain” noin 8-kertainen ”riski” kuulua muutoksen suhteen suurimpaan neljännekseen (Exp(B) = 8,15), kun vaihtoehtona on kuulua pienimpään neljännekseen. Pitkän oppimäärän lukijoiden osuus selittää sijoittumisesta äärineljänneksiin vain noin 5 % (Nagelkerke R^2 = 0,05); osaamisen osalta selitysaste oli 48 %.

TAULUKKO 4.19 Logistinen regressiomalli kuulumisesta vähäisintä ja suurinta muutosta osoittaneisiin lukioihin

muuttujat[1]	B	S.E.	Wald	df	p-arvo	Exp(B)
12 kurssia tai enemmän, Nagelkerge R^2 = 0,02						
vakio	-0,12	0,27	0,20	1	0,652	0,89
k46 pidetään testejä ja kokeita. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	0,47	0,28	2,90	1	0,089	1,60
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	0,27	0,21	1,61	1	0,205	1,31
11 kurssia tai vähemmän, Nagelkerge R^2 = 0,09						
vakio	-1,32	0,53	6,23	1	0,013	0,27
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	1,32	0,54	6,06	1	0,014	3,75
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä. (0 = ei koskaan, 1 = harvoin, joskus, usein, lähes aina)	0,56	0,21	7,05	1	0,008	1,76
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	0,45	0,21	4,79	1	0,029	1,57
k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,88	0,22	16,44	1	< 0.001	0,41

muuttujat on järjestetty Exp(B) eli "riskin" mukaiseen järjestykseen

Yhtäältä tiedetään, että pitkään oppimäärään vaadittavat kurssit suorittaneiden ryhmässä (vähintään 12 kurssia) suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa osaaminen lisääntyy 2,5 kertaisesti vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (90 yksikköä vs. 35 yksikköä). Toisaalta tiedetään, että suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa osaamistaso loppuvaiheessa on jopa hieman *heikompaa* vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (635 vs. 654 – ero ei ole merkitsevä).[113] Parempitasoisissa lukioissa muutosta on siis vaikea saada aikaan, sillä opiskelijat ovat alun perinkin korkealla tasolla. Vaikka ero muutoksessa on siis selvä äärikvartiilien välillä, pitkän oppimäärän lukijoiden osaamisen muuttumista on vaikea selittää pedagogisilla ratkaisuilla. Yksikään pedagogisia ratkaisuja kuvaavista muuttujista ei osoittaudu merkitseväksi tekijäksi sille, että lukiossa saadaan aikaan suurta muutosta.[114] Näyttää siltä, että muutoksen selittäjiä on etsittävä opiskelijoiden henkilökohtaisista ominaisuuksista – mahdollisesti motivaatiosta, asenteista, tulevaisuuden suunnitelmista tms. tekijöistä, jotka ovat suuressa määrin lukiosta ja opettajan toimista riippumattomia. Tässä yhteydessä analyysia ei jatketa tähän suuntaan.

Ryhmä, jossa opiskeltiin matematiikkaa vähemmän kuin pitkään oppimäärään vaadittava määrä (korkeintaan 11 kurssia), poikkesi oleellisesti pitkän oppimäärän suorittaneiden ryhmästä osaamisen muutosta selittävien tekijöiden suhteen. Yhtäältä tiedetään, että tässä ryhmässä suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa osaaminen lisääntyi 4,5-kertaisesti vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (93 yksikköä vs. 20 yksikköä). Toisin kuin pitkän oppimäärän suorittaneiden ryhmässä, lyhyen oppimäärän suorittaneiden ryhmässä tiedetään, että suurinta muutosta aikaan-

113 ANOVA, 12 kurssia tai enemmän, selittävänä kvartiilijako, vain äärineljännekset, $F(1; 375) = 2{,}99$, $p = 0{,}085$, $f = 0{,}09$

114 Taulukkoon 4.19 valituista muuttujista molemmat olivat suuntaa-antavasti merkitseviä tekijöitä, mikäli muuttujia ei dikotomisoitu. Parhainkaan dikotomia ei tuota merkitsevää selitystä.

saavissa lukioissa myös osaamistaso loppuvaiheessa oli erittäin merkitsevästi *korkeammalla tasolla* vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (652 vs. 586).[115] Näyttää siis siltä, että *lukioissa lisäarvoa voidaan tuottaa nimenomaan ryhmissä, joissa opiskellaan vähemmän matematiikkaa*. Keskeinen ennustetekijä suureen osaamiseen muuttumiseen lyhyen oppimäärän lukijoiden ryhmässä on se, että useammin *pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä*. "Riski" kuulua suurinta muutosta osoittaneisiin lukioihin on lähes nelinkertainen (3,75) mikäli *joskus*, *usein*, tai *lähes aina* pohditaan vastauksen järkevyyttä. Vastauksen järkevyyden pohtiminen on tietenkin oleellista karkeiden huolimattomuusvirheiden karsimiseksi. Mielenkiintoista on, että lyhyen oppimäärän ryhmissä *pienintä* muutosta aikaansaavissa lukioissa ei opiskelijoiden mukaan juuri koskaan *opittu mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä*. Mielenkiintoiseksi asian tekee se, että aiemmassa analyysissa ko. muuttuja indikoi kuulumista heikoimmin menestyvien lukioiden ryhmään. Nyt kuitenkin käy ilmi, että muutoksen aikaansaamisen näkökulmalta tämän kaltainen opiskeltavien asioiden *konkreettinen havainnollistaminen voi olla hyödyksi nimenomaan lyhyen oppimäärän ryhmissä*. Kolmas erotteleva tekijä on se, että suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa *asiat tulevat useammin selviksi* kuin pienintä muutosta aikaan saavissa lukioissa. Taulukosta 4.24 huomataan kuitenkin, että mikäli *opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään* ainakin *joskus*, on lähes 2,5-kertainen riski sille, että lukio kuului *vähiten* muutosta aikaan saavien lukioiden ryhmään.[116]

4.7.4 Eritasoisissa lukioissa arvosanakäytännöt ovat eriytyneet – heikomman lukion arvosana 9 vastaa vaativamman lukion arvosanaa 5

Johdattelua ja kirjallisuutta

Edellä luvussa 4.3.2 pohdittiin arvosanojen vertailtavuutta pitkän ja lyhyen matematiikan opinnoissa. Todettiin, että lukio-opiskelijan todellinen osaamistaso voidaan määrittää kohtuullisen tarkasti tietämällä suoritettujen matematiikan kurssien määrä ja niissä saatu arvosana. Viimeaikainen keskustelu perusopetuksen päättövaiheen arvioinnista (ks. esimerkiksi Ouakrim-Soivio, Rinkinen & Karjalainen, 2015) ja erityisesti siitä, että arvosanat eivät kaikissa kouluissa ole vertailukelpoisia, johtaa pohtimaan, millaisia arvosanalinjoja eri opettajilla on lukioissa. Näyttää selvästi osoitetulta, että tasoltaan paremmissa perusopetusta antavissa kouluissa arvosananantamisen linja on tiukempi kuin tasoltaan matalammissa kouluissa.[117] On hyvä muistaa Kuuselan (2006, 67–71) huomio siitä, että lukion päättötodistusten arvosanojen olisi syytä vertautua toisiinsa koulutuksellisen tasa-arvon toteutumiseksi, koska arvosanoja käytetään jatkokoulutukseen haettaessa. Osaltaan tietenkin hakutilanteessa selkeyttä tuo tarkasti sensoroitu ja näin vertailukelpoinen ylioppilastutkinto. Kuitenkin osa korkeakoulun pääsypisteistä muodostuu lukion päättötodistuksen ja siis osin sen matematiikan arvosanan perusteella. Onkin oikeutettua kysyä, vastaavatko eri lukioiden arvosanalinjat toisiaan.

115 ANOVA, 11 kurssia tai vähemmän, selittävänä kvartiilijako, vain äärineljännekset, $F(1; 432) = 39{,}45$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}30$

116 Taulukosta 4.26 nähdään, että riski kuulua *parhaaseen* neljännekseen on 0,41. Näin ollen riski kuulua alimpaan neljännekseen on 1/0,41 = 2,4.

117 Kansallisen oppimistulosarvioinnin piirissä ilmiöön ovat varhempina vuosina kiinnittäneet huomiota mm. Hannén, 2001, 36; Korkeakoski, 2001, 84–85; Mattila, 2002, 90–91; Silverström, 2002, 101–104; Toropainen, 2002, 7, 102–104; Lappalainen, 2003, 100–107; 2006, 70–75 ja uudemmissa arvioinneissa mm. Toropainen, 2010, 128; Hellgren, 2011, 79–83; Ouakrim-Soivio & Kuusela, 2012, 110–112; Kärnä, Hakonen & Kuusela, 2012, 148–150; Ouakrim-Soivio, 2013.

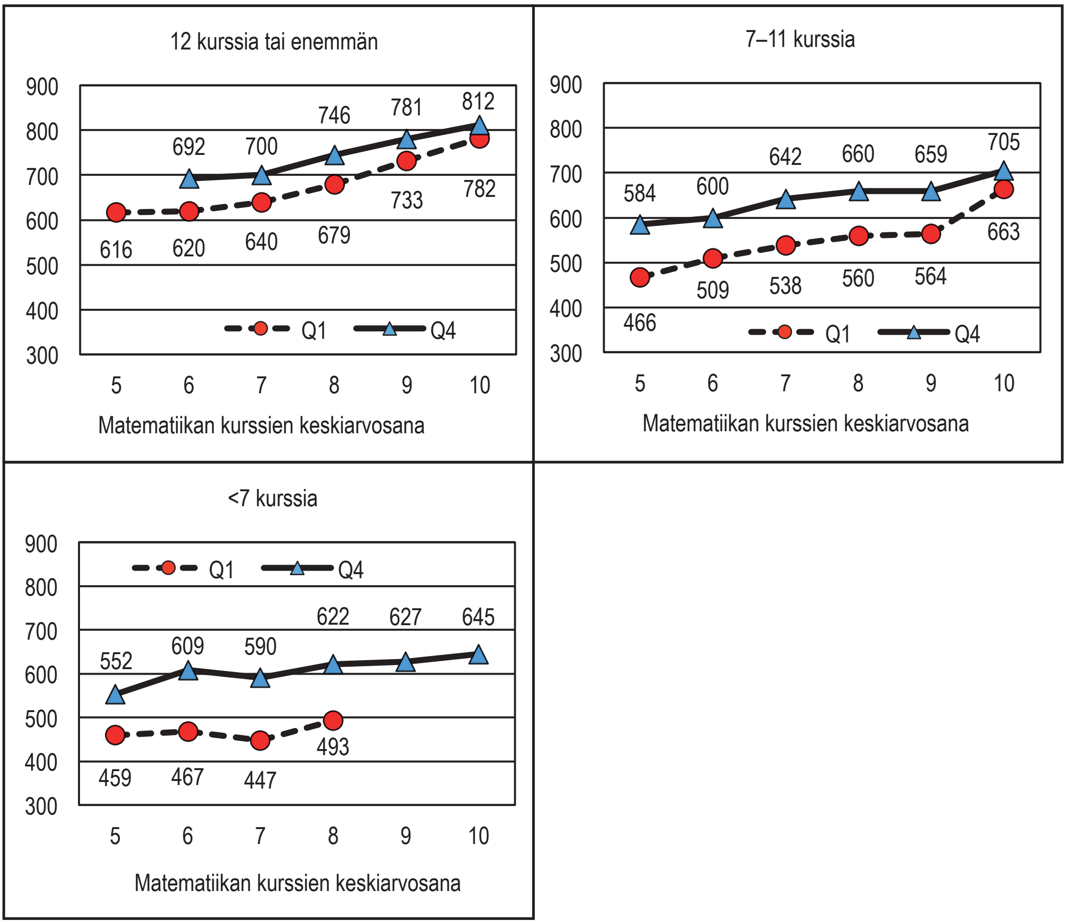
Toisin kuin perusopetuksessa, jossa arvosanan 8 tasoa on pyritty vakioimaan antamalla kuvaus siitä, mitä ”hyvän” oppilaan tulisi hallita, lukion opetussuunnitelmien perusteissa (OPH, 2003a; 2015) kriteeriä tai standardia ei ole annettu. Perusteiden mukaan ”*kurssin arvioinnin tulee olla monipuolista ja perustua paitsi mahdollisiin kirjallisiin kokeisiin, opintojen edistymisen jatkuvaan havainnointiin ja opiskelijan tietojen ja taitojen arviointiin. Myös opiskelijan oma itsearviointi voidaan ottaa huomioon käyttäen hyväksi muun muassa kurssin arviointikeskusteluja. Arvioinnin menetelmistä ja käytänteistä päätetään tarkemmin opetussuunnitelmassa.*” (OPH, 2003a, 190). Uusissa perusteissa todetaan lisäksi positiivisesti, että ”*arviointiperusteista tiedottaminen parantaa opiskelijoiden ja opettajien oikeusturvaa ja tukee opiskelijaa työskentelyn suunnittelussa*” (OPH, 2015, 256). Jos ilmenee, että lukioiden arvosanalinjoissa on eroa niin, että vaatimustasoltaan vaativissa lukiossa hyviä arvosanoja annetaan hyvin eritasoisen osaamisen perusteella kuin vaatimustasoltaan vaatimattomammissa lukiossa, arviointiperusteista tiedottaminen yksinään ei tietenkään takaa opiskelijoiden oikeudenmukaista kohtelua jatko-opintoihin hakemisvaiheessa.

Hyvin harvoissa oppimistulosten arviointihankkeissa on ollut aikataulullisista syistä johtuen mahdollista selvittää oppilaiden lopullinen arvosana rekistereistä – poikkeuksina ovat tämän arvioinnin lisäksi esimerkiksi Ouakrim-Soivion (2013) raportti nimenomaan arvosanoista ja Kuukan ja Metsämuurosen (2016) suomi toisena kielenä arviointi. Oppimistuloksiin liittyvät arvosanatarkastelut on yleensä tehty perustuen oppilaan muistamaan, viimeisimpään arvosanaan. Tässä arvioinnissa käytettiin opiskelijatietojärjestelmästä saatua opiskelijoiden kurssiarvosanojen keskiarvoa heijastamaan lukiossa annettavia arvosanoja.

Arvosanalinjat ovat hyvin erilaisia eritasoisissa lukoissa

Tarkastellaan aluksi lukion arvosanalinjaa sen mukaisesti, että jaetaan lukiot opiskelijoiden keskimääräisen osaamisen suhteen kvartiileihin eri kurssimäärien ryhmissä.[118] Q1 viittaa heikoimpia suorituksia saaneisiin lukioihin ja Q4 viittaa korkeimpia keskiarvoja saaneisiin lukioihin. Tarkastellaan osaamista ja arvosanoja äärikvartiileissa: verrataan toisiinsa alinta ja ylintä kvartiilia (Q1 ja Q4) ja kysytään, vaaditaanko Q4-kvartiilissa enemmän osaamista arvosanoihin kuin Q1-kvartiilissa. Eri kurssimäärien profiilit on koottu kuvioon 4.53.

118 Lähtökohtaisesti ajatellaan, että lukio voisi olla erittäin hyvä tuottamaan korkeaa osaamista niille, jotka valitsivat pitkän matematiikan kursseja, mutta saattaisi olla heikompi tuottamaan korkeaa osaamista niille, jotka päätyvät suorittamaan vain minimimäärän matematiikan kursseja lyhyessä oppimäärässä. Näin kvartiilit haettiin erikseen kuhunkin kolmeen ryhmään. Kvartiilijakoa laskettaessa otettiin huomioon vain ne lukiot, joilta aineistossa oli 4–5 opiskelijaa tai enemmän riippuen siitä, kuinka paljon lukioita jäi aineistoon. Kuvion 4.53 pääviesti ei muutu vaikka kvartiilit olisi muodostettu niin, että myös pienet lukiot olisivat olleet mukana.



KUVIO 4.53 Lukion keskimääräisen osaamistason yhteys kurssiarvosanoihin ja osaamiseen

Kuvio 4.53 vahvistaa saman trendin lukiokoulutuksessa kuin aiemmat arvioinnit perusopetuksessa (ks. kirjallisuus edellä): yleisesti ottaen parhaimpia tuloksia saavilla lukioilla on taipumusta vaatia enemmän osaamista arvosanaan kuin heikoimmin menestyneillä lukioilla. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä.[119] Erojen merkittävyys havainnollistuu, kun katsotaan kuvioita erikseen pysty- ja vaakasuunnassa.

Pystysuunnassa, arvosanojen kannalta tarkastellen, lukion matematiikan lyhyen oppimäärän pakolliset kurssit suorittaneiden ryhmässä erot ääriryhmien välillä kuvaavat tilannetta selkeimmin. Ryhmässä, jossa suorittiin 1–6 kurssia, arvosanaan 8 on parhaita tuloksia saaneissa lukioissa (Q4) edellytetty keskimäärin 622 yksikön osaamista, kun heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa (Q1) saman arvosanan on saanut keskimäärin 493 yksikön osaamisesta eli 129 yksikköä vähäisemmällä

119 Efektikoot vaihtelevat lukiossa f = 0,41–1,67 riippuen kurssien määrästä ja arvosanasta. Esimerkiksi alle 7 kurssia suorittaneiden ryhmässä arvosanan 6 osalta f = 1,67, arvosanan 7 osalta f = 1,55 ja arvosanan 8 osalta f = 1,51. Erot arvosanaryhmien välillä ovat siis erittäin merkittäviä, koska suuri efekti määrittyy jo tasolle f = 0.40.

osaamisella. Tämä vastaa *kuuden vuoden* opintojen eroa lyhyen oppimäärän ryhmän muutokseen suhteutettuna. Vastaavasti 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä arvosanaan 8 on parhaita tuloksia saaneissa lukioissa edellytetty 660 yksikön osaamista, kun heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa saman arvosanan on saanut 560 yksikön osaamista eli 100 yksikköä vähäisemmällä osaamisella. Tämä vastaa *viiden vuoden* opintojen eroa. Edelleen pitkän matematiikan kursseilla arvosanaan 8 on pitänyt parhaita tuloksia saaneissa lukioissa osata 746 verran mutta heikoimpia tuloksia saaneissa vain 679 eli 67 yksikköä enemmän, mikä vastaa *kahden ja puolen vuoden* opintojen eroa. Huomataan myös, että tasoltaan hyvien lukioiden arvosana 8 *pakollisissa* matematiikan opinnoissa vastaa lähes samaa kuin heikoimpien lukioiden *pitkän* matematiikan arvosanan 8 osaamistasoa. Ero parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden lukioiden arvosanan annon tendenssissä on siis erittäin merkittävä.

Kuvioita vaakasuunnassa arvioiden, arvosanoissa vaadittavan osaamisen kannalta tarkasteltuna, erot parhaimmin suoriutuneiden ja heikoimmin suoriutuneiden lukioiden välillä ovat myös dramaattiset. Heikoimmin suoriutuneiden lukioiden *parhaita* arvosanoja saaneet opiskelijat ovat heikompia kuin parhaita tuloksia saaneiden lukioiden *heikoimpia* arvosanoja saaneet opiskelijat. Suurimmillaan ero on lukion 7–11 kurssia suorittaneiden opiskelijoiden ryhmässä, jossa heikoimpia suorituksia saaneissa lukioissa (Q1) arvosanan 9 saaneiden osaamistaso on 564 yksikköä – kohtuullisen korkea ja selvästi 9. luokan keskitulosta parempi. Huomataan kuitenkin, että parhaimmin menestyneissä lukioissa (Q4) jo arvosanan 5 saaneet opiskelijat olivat tätä korkeammalla tasolla (584). Samoin matematiikan pitkän oppimäärän suorittaneiden ryhmässä (kursseja 12 tai enemmän) arvosanan 8 saaneiden osaamistaso on alakvartiilissa 679 kun parhaimmin menestyneissä lukioissa arvosanan 6 saaneet opiskelijat olivat yli 13 yksikköä korkeammalla tasolla (692). On oikeutettua sanoa, että *riippumatta suoritettujen kurssien määrästä lukion matematiikan päättöarvosanojen tasoissa on huomattavia eroja lukioiden välillä, mikäli päättöarvosanat perustuvat kursseilla saataviin arvosanoihin*.

Lukioissa arvosanojen ja osaamisen vastaamattomuudelle parhaimmin ja heikoimmin menestyneiden lukioiden välillä on ilmeinen selitys. Parhaissa lukioissa opiskelijoiden taso on korkea eikä edellisen tunnin asioiden kertaamiseen tai läksyjen yhteydessä epäselviksi osoittautuneisiin asioihin ole tarpeen käyttää aikaa. Heikoimmin suoriutuvissa lukioissa suuri osa oppitunnista saattaa mennä edellisen tunnin kotiläksyjen käsittelemiseen. Näin parhaissa lukioissa opetettava aines muodostuu vaativammaksi kuin tasoltaan heikommissa lukioissa ja perusoppitunneilla edetään huomattavan paljon pidemmälle kuin heikoimmissa lukioissa. Kun sitten opettaja pitää kurssitestejä, ne eivät perustu aivan perusasioihin vaan opiskelijoiden kanssa käsiteltyihin asioihin – jotka ovat nyt korkeammalla tasolla kuin heikommin menestyneissä lukioissa. Parhaiden lukioiden testeissä ei kysytä yksinkertaisia perusasioita, jotka kaikki hyvän koulun opiskelijat ratkaisisivat oikein, vaan vaativampia asioita, joiden osaamisessa syntyy eroja. Myös tekniset merkintätavat saatetaan edellyttää moitteettomampana parhaissa lukioissa. Kun arvosanalla on taipumusta perustua kurssiarvosanoihin, jopa arvosanan 5 saaneiden opiskelijoiden osaamistaso on huomattavan korkea verrattuna heikoimpien lukioiden arvosanan 5 opiskelijoihin.

Näyttää siis ilmeiseltä, että ylioppilaskokeella ei ole homogenisoivaa vaikutusta arvosanan antamiseen lukioissa – jos olisi, kvartiilit eivät poikkeaisi toisistaan. Sen sijaan näyttää siltä, että eritasoisissa lukioissa käytetään jonkinlaista normaalijakaumaan perustuvaa ajattelua arvosanoja annettaessa – lukion heikoimmille on taipumusta antaa matalia arvosanoja ja parhaat saavat parhaita arvosanoja sen perusteella, miten he ovat menestyneet kurssikokeissa riippumatta heidän todellisesta, vertailukelpoisesta osaamisestaan. Koska tuloksiltaan parhaissa ja heikoimmissa lukioissa kurssikokeet ovat todennäköisesti hyvin eritasoisia, absoluuttista ja vertailukelpoista osaamistasoa ei saada selville. Tämä saadaan selville vasta ylioppilaskokeen kautta. *Voisiko olla hyödyllistä, että esimerkiksi MAOL:in lukiokokeiden tapaisia yhtenäisiä kokeita käytettäisiin osana arvosanojen muodostumista lukioissa tai että ylioppilaskokeen arvosanaa käytettäisiin kalibroivana tekijänä lopullista arvosanaa annettaessa?*

Vertailukelpoinen osaamistaso voidaan mallittaa ylioppilaskoetietojen perusteella

Edellä kuvatun perusteella on siis ilmeistä, että eri lukioiden päättötodistusarvosanoja ei voi suoraan verrata toisiinsa. Luvussa 4.3.2 esitettiin yksinkertainen malli, jossa lukio-opiskelijan todellinen osaamistaso voitiin karkeasti arvioida suoritettujen kurssien ja näissä saanut keskiarvosanan perusteella. Malli selitti todellisesta osaamisesta 59 %. Lisätään malliin myös tieto lukion tasosta – tämä voidaan päätellä ylioppilaskokeen keskisuorituksen perusteella (ks. Liite 2).[120] Saadaan seuraava malli:

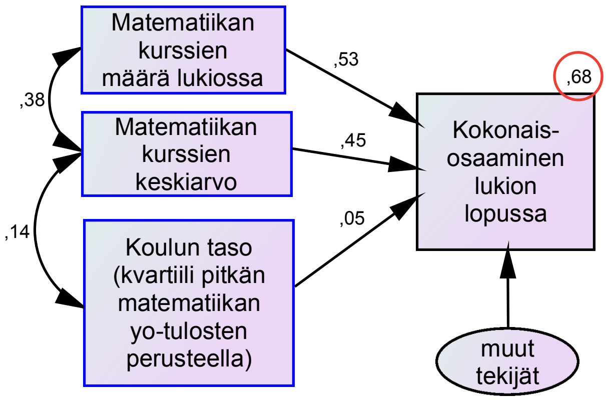
Osaamistaso = 181,02 + 16,72 x Matematiikan kurssien määrä + 34,29 x Matematiikan kurssien keskiarvosana + 7,82 x lukion kvartiilisijoittuminen pitkän matematiikan yo-kirjoitusten arvosanakeskiarvon perusteella (= koulun taso ryhmiteltynä neljään luokkaan)

Malli selittää aineistossa osaamistasosta 60 %.[121] Voimme siis ennustaa, että opiskelijan, joka oli suorittanut 12 kurssia keskiarvosanoilla 10 ja joka tuli ylioppilaskokeen pitkän matematiikan osaamisen suhteen parhaimpaan neljännekseen kuuluvasta lukiosta (ks. liite 2) eli mallissa asteikolla 0–3 sai arvon 3, osaamistaso olisi karkeasti 181,02 + 16,7 x 12 + 34,3 x 10 + 7,8 x 3 = 748. Vastaavasti samalla arvosanalla osaamistasoltaan heikoimman neljänneksen lukiosta tulleen opiskelijan osaamistaso olisi karkeasti 181,02 + 16,7 x 12 + 34,3 x 10 + 0 = 725. Opiskelijan, joka olisi suorittanut vain 6 kurssia ja saanut niistä keskiarvosanan 10 ja joka tuli ylioppilaskokeen pitkän matematiikan osaamistasoltaan parhaimpaan neljännekseen kuuluvasta lukiosta, osaamistaso olisi karkeasti 181,02 + 16,7 x 6 + 34,3 x 10 + 7,8 x 3 = 610. Tämän kaltaista mallia voitaisiin käyttää karkeana mallina, mikäli lukion matematiikan päättöarvosanaa käytetään korkeakoulun hakutilanteessa sisäänottoperusteena. Jos malliin lisätään tieto siitä, että kurssien keskiarvo ja kurssien määrä korreloivat $r = 0{,}38$ verran ja lukion sijoittuminen kvartiileihin korreloi kurssien keskiarvosanaan $r = 0{,}14$ verran, malli selittää 68 % osaamistasosta (kuvio 4.58).

120 Mallia rakennettaessa kokeiltiin erilaisia luokitteluja – esimerkiksi yhtäältä kvartiileja, kvintiilejä ja desiileja, toisaalta pitkän ja lyhyen oppimäärän ja kolmanneksi arvosanan ja kokonaispistemäärän tuottamia tunnuslukuja. Näistä pitkän matematiikan oppimäärän kvartiilijako osoittautui kurssien lukumäärän ja kurssiarvosanojen lisäksi parhaimmaksi lisäselittäjäksi. Lisäselitysaste ei kuitenkaan ole huomattava – vajaan yhden prosentin luokkaa.

Lukioiden luokittelu on karkea – ja halutaan sellaisena pitääkin, koska lukioiden järjestys saattaa muuttua vuosien varrella ikäkohortista riippuen. Karkeutta lisää se, että aineistoa ei ole kvartiilijakoa varten puhdistettu. Ylioppilaskoeaineistossa on nimittäin paljon kokelaita, joilta on useampia suorituksia – hylättyjä ja korotettuja. Yksilödataa varten aineisto puhdistettiin ja näistä vaihtoehdoista valittiin opiskelijan paras suoritus. Tässä puhdistamista ei ole tehty, koska oletetaan, että virheellisten havaintojen jakauma on samanlainen kaikissa lukioissa.

121 Lineaarinen regressioanalyysi, Stepwise regression, $R = 0{,}78$, $R^2 = 0{,}60$, $R^2_{Adj} = 0{,}60$



KUVIO 4.54 Lukion päättövaiheen osaamistason selittäminen matematiikan kurssien määrällä, kurssien keskiarvosanalla ja koulun yleisellä tasolla (polkumalli)

Vertailukelpoinen arvosana voidaan mallittaa ylioppilaskoetietojen perusteella

Toinen näkökulma arvosanojen vertailtavuuteen syntyy *päättöarvosanan* yhdenvertaisuudesta. Opiskelijoiden hakutilanteessa olisi oikeudenmukaista, että päättötodistusten arvosanat olisivat alun perinkin enemmän toistensa kaltaisia riippumatta siitä, onko lukion vaatimustaso korkea vai matala tai onko kyse pitkän vai lyhyen oppimäärän suorittamisesta. Erityisen epäoikeudenmukaisena tilanne näyttäytyy niiden opiskelijoiden kannalta, jotka opiskelivat vaatimustasoltaan korkeassa lukiossa, mutta joiden arvosana oli matala. Heidän osaamistasonsa voi vastata samaa kuin matalan vaatimustason lukioissa arvosanan 9 tai 10 saaneilla opiskelijoilla. Toisaalta on ilmeistä, että lukioissa lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän suorittaneiden arvosanat eivät vastaa – eikä niiden pidäkään vastata – pitkän oppimäärän suorittaneiden arvosanoja, mutta hakutilanteissa ei kuitenkaan välttämättä aina huomioida sitä, kuinka monta kurssia matematiikkaa päättötodistuksen taustalla on.

Yhdenmukaisen arvosanan mallittamista varten kullekin opiskelijalle laskettiin ensin arviointikokeessa menestymisen perusteella harmonisoitu ”korjattu arvosana”.[122] Toisessa vaiheessa tätä harmonisoitua arvosanaa selitetään olemassa olevilla tiedoilla – yhtenäistävää koettahan ei ole käytettävissä, mikäli opiskelija ei kirjoittanut matematiikan ylioppilaskoetta. Tunnetaan yhtäältä opiskelijan osaamistaso ylioppilaskokeen suoritusten perusteella (tai annetaan arvo 0, mikäli ei läpäissyt tai kirjoittanut koetta), toisaalta hänen suorittamiensa kurssien lukumäärä ja kolmanneksi koulun kvartiilitaso matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän suorittaneilla opiskelijoilla (ks. liite 3). Näiden tietojen avulla voidaan kohtuullisella varmuudella ennustaa, mikä olisi opiskelijan (koulujen välillä vertailukelpoinen) arvosana.

122 Ensin laskettiin kussakin arvosanaluokassa keskimääräinen koepistemäärä koko lukioaineistossa. Tämän keskiarvon ympärille laskettiin korjatun arvosanan alaraja kahden arvosanan puoliväliin. Jos siis arvosanan 5 saaneiden keskiarvo oli 507 ja arvosanan 6 saaneiden keskiarvo 569, arvosanan 6 alarajaksi määrittyy (569 + 507)/2 = 538. Uusi, korjattu arvosana luotiin siis mekaanisesti osaamistason perusteella. Lähtökohtaisesti oletetaan, että opiskelija teki kokeen tosissaan ja pistemäärä heijastaa todellista osaamista, mikä ei tietenkään pidä paikkaansa kaikkien opiskelijoiden osalta, mutta toimii mallinnuksessa riittävällä tarkkuudella päätöksenteon pohjana. Korjattu arvosana laskettiin kokonaisuutena koko aineistoon riippumatta suoritettujen kurssien määrästä.

Tarkastellaan aluksi niitä opiskelijoita, jotka kirjoittivat joko matematiikan lyhyen tai pitkän oppimäärän ylioppilaskokeen. Mikäli opiskelija sai hylätyn suorituksen, hänelle annetaan arvosanaksi 0, *Abbrobatur* antaa arvon 1 jne. kunnes *Laudatur* antaa arvon 6.[123] Tilastollisesti paras malli vertaistamaan *ylioppilaskokeeseen osallistuneet* opiskelijat on seuraava:

Vertaistettu matematiikan arvosana = 3,15 + 1,77 x kirjoittiko pitkän (2), lyhyen(1) vai ei lainkaan matematiikkaa (0) + 0,58 x ylioppilaskokeen arvosana (asteikolla 0–6, 0 = ei osallistunut tai ei läpäissyt, 6 = *Laudatur*)

Tämä yksinkertainen malli selittää korjatusta arvosanasta 61 %.[124] Voimme siis karkeasti ennustaa, että opiskelijan, joka kirjoitti *pitkän* matematiikan ylioppilaskokeen (2) ja sai arvosanakseen *Eximian* (5), vertaistettu arvosana olisi laskennallisesti 3,15 + 1,77 x 2 + 0,58 x 5 = 9,6 = 10. Vastaavasti opiskelija, joka kirjoitti *lyhyen* matematiikan ylioppilaskokeen (1) ja sai arvosanakseen *Eximian*, saisi vertaistetuksi arvosanakseen 3,15 + 1,77 x 1 + 0,58 x 5 = 7,8 = 8 (taulukko 4.19). Ääritilanteessa malli tuottaa kouluarvosanaan nähden hieman ylisuuria arvosanoja (suurempia kuin 10). Nämä harmonisoidaan arvosanaksi 10. Pienimmäksi arvosanaksi malli antaa arvosanan 4,9 eli 5 opiskelijalle, joka kirjoitti ylioppilaskokeen lyhyen oppimäärän mukaan, mutta ei saanut hyväksyttyä suoritusta.

TAULUKKO 4.20 Vertailukelpoinen arvosana matematiikan lyhyeen ja pitkään oppimäärään ylioppilaskokeen tuloksen perusteella

pitkä matematiikka			lyhyt matematiikka		
yo-kokeen arvosana	yo-kokeen pisteet[1]	vertaistettu arvosana	yo-kokeen arvosana	yo-kokeen pisteet[1]	vertaistettu arvosana
I	0	6,7	I	0	4,9
A	1	7,3	A	1	5,5
B	2	7,8	B	2	6,1
C	3	8,4	C	3	6,6
M	4	9,0	M	4	7,2
E	5	9,6	E	5	7,8
L	6	10	L	6	8,4

1) huomaa, että pistemäärä ei ole identtinen varsinaisessa ylioppilaskokeessa saatavien pisteiden kanssa. Ylioppilaskokeessa A = 2 B = 3, jne

Taulukosta 4.20 voidaan nähdä, että matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän ylioppilaskoearvosanoissa on karkeasti kolmen ylioppilaskokeen arvosanan ero. Esimerkiksi lyhyen matematiikan *Laudatur*-arvosanaan tarvitaan teoriassa suurin piirtein yhtä paljon osaamista kuin pitkän matematiikan *Cum laude* -arvosanaan. Aivan näin yksinkertainen asia ei tietenkään ole, mutta karkealla tasolla tieto lienee riittävä.

123 Huomaa, että pistemäärä ei ole identtinen varsinaisessa ylioppilaskokeessa saatavien pisteiden kanssa. Ylioppilaskokeessa A = 2 B = 3, jne., L = 7

124 Lineaarinen regressioanalyysi, $R = 0{,}78$, $R^2 = 0{,}61$, $R^2_{Adj} = 0{,}61$

Edellinen malli ei pysty ennustamaan niiden opiskelijoiden arvosanaa, jotka eivät kirjoittaneet matematiikkaa lainkaan – heille kaikille malli ennustaa arvosanaa 4 (tai itse asiassa 3.15). Heitä varten esitellään toinen malli. Kun otetaan huomioon se, että isolta osalta lyhyen matematiikan minimikurssimääriä suorittaneilta ei ole käytettävissä ylioppilaskoearvosanaa, voidaan käyttää muuta tietoa heidän arvosanojensa saamiseksi vertailukelpoisiksi lyhyen ja pitkä matematiikan ylioppilaskokeen suorittaneiden kanssa. Tilastollisessa mielessä parhaassa mallissa tarvitaan tieto kurssimäärästä sekä koulun tasosta:

Vertaistettu matematiikan arvosana opiskelijoille, jotka eivät kirjoita matematiikan yo-koetta = 3,13 + 0,36 x matematiikan kurssien määrä + 0,29 x lukion kvartiilisijoittuminen PITKÄN matematiikan yo-kokeen perusteella (0–3)

Tämä malli selittää korjatusta arvosanasta 42 %.[125] Voimme siis ennustaa, että opiskelijan, joka ei kirjoittanut matematiikan ylioppilaskoetta lainkaan, mutta joka suoritti minimimäärän (6 kurssia) matematiikkaa lukiossa ja joka tuli tuloksiltaan parhaiden pitkän matematiikan kirjoittaneiden koulujen joukosta (3), vertaistettu arvosana olisi laskennallisesti 3,13 + 0,36 x 6 + 0,29 x 3 = 6,2. Vastaavasti heikoimman neljänneksen lukioista tulleen opiskelijan vertaistettu arvosana olisi 3,13 + 0,36 x 6 + 0,29 x 0 = 5,3 (taulukko 4.21).

TAULUKKO 4.21 Vertailukelpoinen arvosana matematiikan lyhyeen oppimäärään opiskelijoille, jotka eivät kirjoita matematiikan ylioppilaskirjoituksia

Kurssien määrä	Lukion taso[1]	vertaistettu arvosana	Kurssien määrä	Lukion taso[1]	vertaistettu arvosana
6	0	5,3	9	0	6,4
6	1	5,6	9	1	6,7
6	2	5,9	9	2	7,0
6	3	6,2	9	3	7,3
7	0	5,7	10	0	6,8
7	1	6,0	10	1	7,1
7	2	6,3	10	2	7,3
7	3	6,5	10	3	7,6
8	0	6,0	11	0	7,1
8	1	6,3	11	1	7,4
8	2	6,6	11	2	7,7
8	3	6,9	11	3	8,0

1) lukion sijoittuminen kvartiileihin PITKÄN matematiikan keskimenestyksen mukaan (ks. Liite 2). 0 = alin kvartiili – 3 = ylin kvartiili

Vertaamalla taulukkoja 4.20 ja 4.21 voidaan päätellä, että osaamisen näkökulmasta heikoinkaan pitkän matematiikan kurssien suorittanut opiskelija ei saa alle 7:n arvosanaa, mikäli on edes yrittänyt kirjoittaa pitkän oppimäärän ylioppilaskokeen. Toisaalta paraskaan lyhyen matematiikan suorittanut ei saavuta 8:aa korkeampaa arvosanaa. Niiden ryhmässä, jotka eivät kirjoita matematiikan ylioppilaskoetta, osaamistaso minimikursseilla näyttää vastaavan arvosanan 5 tai 6 tasoa riippuen siitä, tuleeko opiskelija tasoltaan vaativasta vai heikommasta lukiosta.

125 Lineaarinen regressioanalyysi, $R = 0,65$, $R^2 = 0,42$, $R^2_{Adj} = 0,42$. Edellinen malli oli oleellisesti parempi ($R^2_{Adj} = 0,61$) ja yksinkertaisempi, kun analyysissa huomioituivat vain lyhyen ja pitkän matematiikan kirjoittaneet opiskelijat. Nyt selitysaste heikkenee, koska mukana on kokeessa kohtuullisen hyvin menestyneitä opiskelijoita, joilta ei ollut ylioppilaskoetietoa.

5 Arvioinnin johtopäätökset

Raportti keskittyy toisen asteen lopun matemaattiseen osaamiseen lukioissa ja opiskelijoiden osaamisen muutokseen eri kouluvuosina. Samoja opiskelijoita on seurattu 3. luokan alusta lähtien. Tässä osuudessa keskitytään kokonaisosaamiseen ja asenteisiin ja vain vähäisemmässä määrin matematiikan eri osa-alueiden kuvaamiseen.

Tässä yhteenvetoluvussa kootaan ensin keskeiset tulokset luvussa 5.1. Varsinaista keskustelua tulosten perusteella käydään luvussa 5.2. Kehittämisehdotukset esitetään luvussa 5.3.

5.1 Yhteenvetoa matemaattisesta osaamisesta ja asenteista lukiokoulutuksen lopussa

Keskeiset tulokset esitellään tiivistetysti seuraavista näkökulmista: yhteenveto osaamistasosta lukiokoulutuksen lopussa, tasa-arvonäkökulmat ja selittävät tekijät, jotka liittyvät opiskelijaan itseensä, perheeseen, vertaisryhmään, opettajaan ja oppilaitokseen.

5.1.1 Matematiikan osaamisen taso lukiokoulutuksen lopussa

Kokonaisuutena arvioiden matematiikan osaaminen lisääntyy lukio-opintojen aikana selvästi. Tästä lisääntymisestä suuri osuus selittyy lukio-opintojen laajojen kurssien vaikutuksella. Osaaminen eriytyy selvästi pitkän ja lyhyen oppimäärän välillä. Vaikka erot oppimäärien välillä ovat valikoitumisesta johtuen suuret jo lukiokoulutuksen lähtövaiheessa, ne laajenevat opintojen edetessä. Osaaminen lisääntyy lukio-opinnoissa eniten Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella. Näillä alueilla hyötyvät myös ne opiskelijat, jotka suorittivat lukiossa enemmän kuin vain pakolliset kurssit – erityisesti jos he kirjoittivat edes lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeen. Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella myös vaihtelu on suurinta: lukiokoulutuksen lopussa heikoimmat opiskelijat olivat perusopetuksen 3. luokan alun tasolla ja parhaimmat selvästi 9. luokan keskitasoa korkeammalla.

Pitkittäisaineisto osoittaa, että matemaattisen tason eriytyminen tapahtuu jo varhaisina kouluvuosina, mutta erityisen selkeästi eriytyminen ilmenee perusopetuksen yläluokilla 9. luokalle tultaessa ja siitä edelleen jatkuen lukiokoulutuksen loppuun. Niiden lukiolaisten, jotka suorittavat vain minimimäärän kursseja, matematiikan osaamistaso pysyy 9. luokalla saavutetulla tasolla. On muistettava, ettei ole selvää, johtuuko eriytyminen oppilaiden todellisista valmiuksista, vai esimerkiksi siitä, että alun perin hyvin pärjäävät saavat kouluvuosien aikana muita kannustavampaa kohtelua tai vahvemman itsetunnon. Selittäjänä voi olla monen tekijän yhteisvaikutus, johon sekoittuu yksilöllisiä ominaisuuksia, vanhempien tukea ja ympäristön reaktioita.

Lukiokoulutuksen lopussa opiskelijat suhtautuvat matematiikkaan oppiaineena kokonaisuutena neutraalisti, mutta näkevät positiivisina sen tuomat mahdolliset hyödyt tulevaisuuden työelämässä ja jatko-opinnoissa. Oppiaine koetaan siis selvästi hyödyllisenä, mutta kyselyn tulos ei suoraan kerro, sisäistävätkö lukiolaiset tuon hyödyllisyyden myös henkilökohtaisella tasolla. Lukio-opiskelijoiden kokemus itsestään osaajana on lähes sama eri osaamisen tasoilla. Lukio-opinnoissa korkea vaatimustaso ja vertailuryhmän tasaisuus näyttävät pienentävän kokemuksen positiivisuutta. Lukio-opinnoissa matematiikan opiskeluun liittyy kuitenkin usein positiivisia tunnekokemuksia. Erityisen positiivisia tuntemukset olivat niillä, joiden lukion matematiikan kurssien keskiarvosana oli korkeampi kuin 9,25 riippumatta kurssien määrästä, tai jotka olivat suorittaneet yli 13 kurssia matematiikkaa.

5.1.2 Tasa-arvon toteutuminen toisen asteen koulutuksen lopussa

Sukupuolten välillä on merkitsevä ero matematiikan osaamisessa: miehet menestyvät matematiikassa merkitsevästi naisia paremmin lukiokoulutuksen lopussa. Naisten osaamistaso on noin yhden vuoden opintojen verran jäljessä miehiä. Matematiikan osaamiseltaan ehdottomasti parhaista opiskelijoista 35 prosenttia on naisia ja 65 prosenttia miehiä. Kaikissa taitotasoluokissa naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkitsevästi ja merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja heidän käsityksensä itsestään osaajana olivat matalampia kuin miehillä.

Kokonaisuutena arvioiden eri kieliryhmissä on mahdollisuus saavuttaa sama matematiikan osaamistaso. Ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommasta lähtötasosta perusopetuksen 3. luokan alussa, ja saavuttivat suomenkielisten tason 6. luokan alkuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään tutkituista ryhmistä. Muutos on ollut erityisen suuri entisen Etelä-Suomen läänin ei-kaupunkimaisilla alueilla.

Kokonaisuutena arvioiden eri puolilla Suomea on mahdollisuus saavuttaa sama matematiikan osaamistaso. Maakuntien välillä näyttää olevan selittymätöntä vaihtelua sen suhteen, kuinka paljon osaamista kehittyy. Joissain maakunnissa (esimerkiksi Kainuu, Päijät-Häme ja Pirkanmaa) kehittyy kansallisesti arvioiden tasoltaan korkeinta osaamista ja toisissa maakunnissa (esimerkiksi Kymenlaakso, Itä-Uusimaa ja Varsinais-Suomi) kehittyy kansallisesti arvioiden tasoltaan matalinta osaamista.

5.1.3 Opiskelijatekijät osaamisen selittäjinä

Lukioissa valittujen matematiikan kurssien määrä ja kursseilla saadut arvosanat selittävät pitkälti opiskelijoiden osaamisen erot: matematiikan lyhyen oppimäärän minimikurssimäärillä ja alle 6,5 kurssikeskiarvoilla saadaan nipin napin säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamistaso mutta yli 13 kurssia suorittaneiden ja näillä kursseilla vähintään arvosanan 8 (”hyvä”) saaneiden osaamistaso nousee selvästi – keskimäärin 84 yksikköä. Lukioissa on ilmeistä, että hyvään matematiikan suoritukseen vaadittava osaaminen on hyvin erilaista matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän kursseilla. Lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän (6 kurssia) suorittaneiden, mutta arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamistaso vastaa pitkästä oppimäärästä (vähintään 12 kurssia) arvosanan 6–7 saaneiden opiskelijoiden tasoa. Lyhyen oppimäärän minimikurssimääriä enemmän (7–11 kurssia) suorittaneiden ja näillä kursseilla arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamistaso vastaa pitkän oppimäärän arvosanan 8 saaneiden osaamistasoa.

Lukiossa on merkitsevä ja merkittävä ero niiden opiskelijoiden välillä, jotka saivat ja jotka eivät saaneet matematiikan opintoihin erityistä tukea. Osa niistä opiskelijoista, jotka eivät saaneet tai tarvinneet erityistä tukea 9. luokalla, tarvitsi kuitenkin apua lukio-opintojen yhteydessä (8 prosenttia opiskelijoista). Lukioissa poissaolojen määrä selittää osaamista tilastollisesti merkitsevästi; parhaat tulokset saatiin ryhmässä, jossa poissaoloja ei juuri ollut ja jossa viihtyminen oli erinomaista.

Kokonaisasenne korreloi osaamistasoon selvästi ja näin asenteilla näyttää olevan siis suuri merkitys osaamisessa lukiokoulutuksessa. Tosin emme tiedä aukottomasti, seuraako positiivinen asenne hyvästä osaamisesta vai hyvä osaaminen positiivisesta asenteesta – on mahdollista, että vaikutusta on kumpaankin suuntaan. Kokonaisasenne ja kokonaisosaaminen 9. luokan lopussa selittävät sekä lukioon hakeutumista että toisen asteen koulutuksen matematiikan kurssien määrää. Mitä enemmän osaamista ja mitä positiivisempi käsitys matematiikasta oppiaineena opiskelijalla oli 9. luokalla, sitä todennäköisemmin hän valitsi lukio-opinnot ja lukiossa useampia kursseja matematiikkaa.

5.1.4 Kotiin liittyvät tekijät osaamisen selittäjinä

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen lukiokoulutuksen lopussa. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto – riippumatta suoritetuista tutkinnoista tai niissä saaduista puoltopisteistä – tuo noin kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen verrattuna opiskelijoihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas. Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä eriytyvän lukio-opinnoissa: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien.

Lukiokoulutuksessa kodin tuki kokonaisuutena selittää merkitsevästi ja merkittävästi osaamista. Mitä voimakkaammin opiskelija koki tukea annettavan, sitä korkeampi osaaminen. Ero ääriryhmien välillä on noin kahden vuoden opintojen eron luokkaa. Lukioaineistossa merkityksellistä on, pidetäänkö kotona matematiikkaa tärkeänä oppiaineena.

Kotikielen merkitys näkyy siinä, että lukioissa tulokset ovat tilastollisesti merkitsevästi heikompia ryhmässä, jossa kotikielenä on jokin muu kuin yksinomaan suomi tai ruotsi tai kaksikielisesti suomi ja ruotsi. Muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten opiskelijoiden osaamistaso on kaikissa ikäluokissa matalammalla tasolla kuin kantasuomalaisten lukuun ottamatta niitä muutamaa opiskelijaa, jotka myöhemmin suorittivat vähintään 12 kurssia matematiikkaa lukiossa. Nämä opiskelijat olivat alun perinkin samalla tasolla kuin ne kantasuomalaiset opiskelijat, jotka myöhemmin suorittivat saman määrän kursseja.

5.1.5 Koulukiusaaminen osaamisen selittäjinä

Valtaosa (72 %) niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla, hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja heidän osaamisensa oli erittäin heikkoa kaikissa edeltävissäkin ikäryhmissä. Jo koulun lähtövaiheessa heidän osaamisensa oli keskimääristä matalampaa. Pienempi ryhmä (28 %) niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla, hakeutui lukioon. Heidän osaamisensa ei alun alkaenkaan poikennut niiden osaamisesta, joita ei kiusattu lainkaan koulu-uran aikana.

Kiusaaminen näyttää olevan yhteydessä enemmän matematiikkaa koskeviin asenteisiin kuin osaamiseen. Toistuvaa kiusaamista osakseen saaneet opiskelijat kokivat enemmän negatiivisia tuntemuksia ja vähemmän positiivisia tunnetiloja ajatellessaan matematiikkaa.

5.1.6 Opettajatekijät osaamisen selittäjinä

Opettajatekijöitä käsitellään opiskelijan ilmoittamien tuntitoimintojen näkökulmasta. Keskeinen osaamista selittävä tekijä lukiokoulutuksessa on se, kuinka usein opiskelijat kokivat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi. Syyn ja seurauksen määrittely on kuitenkin vaikeaa: opiskelijoiden osaamattomuus voi johtua siitä, että asiat eivät tule selviksi, mutta on myös mahdollista, että asiat eivät tule selviksi, koska osaamistaso on matala. Näyttää siltä, että parhaiden opiskelijoiden ryhmässä saadaan parhaita tuloksia opettajajohtoisesti, kun opetukseen yhdistyy mielekäs (opiskelijalähtöinen ja ei-rakenteellinen) eriyttäminen taitotason mukaisesti sekä saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen.

Osaamisen muutosta ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Valtaosa osaamisen muutoksesta lukiokoulutuksen aikana näyttää siis selittyvän muilla kuin opettajan pedagogisilla ratkaisuilla. Lukion pitkän matematiikan valinneilla osaaminen kasvaa 9. luokan tulokseen nähden lukiokoulutuksen aikana, mikäli opetusta on eriytetty opiskelijan taitotason mukaisesti. Tällöin eriyttäminen ei selitä osaamista vaan päinvastoin. Vertaamalla opiskelijoiden yksilötuloksia ja lukioiden keskituloksia, näyttää siltä, että eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna ei tuota parempia tuloksia, mutta yksittäisten, parempia tuloksia saavien opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoisten tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä.

Näyttää ilmeiseltä, että heikosti menestyvät yläkoulun oppilaat, jotka eivät kotoakaan juuri saa tukea akateemiselle uralle, eivät näytä juurikaan hyötyvän aineopettajajärjestelmästä. Herää kysymys, olisiko vähemmillä matemaattisilla taidoilla varustettu, ja ehkä näin paremmin heikompien tai motivoitumattomien oppilaiden ongelmia ymmärtävä luokanopettaja saanut heikoimpien oppijoiden osaamisen nousemaan myös yläluokkien aikana. Olisiko hyödyllistä sekä heikoimmille että parhaimmille oppilaille, että luokanopettajan ja aineenopettajan työkenttää laajennetaan niin, että ne kulkevat pidempään limittäin? Vai olisiko hyödyllistä lisätä aineenopettajien pätevyyttä tällä alueella.

5.1.7 Oppilaitostekijät osaamisen selittäjinä

Lukioissa oppilaitoksen selitysosuus sekä osaamisesta että osaamisen muutoksesta on noin 8–9 prosenttia eli samaa suuruusluokkaa kuin perusopetuksessa. Lukion koko ei selitä osaamisen vaihtelua.

Keskeinen ero parhaita suorituksia ja heikoimpia suorituksia saaneissa lukioissa on se, tulevatko opiskeltavat asiat selviksi opiskelijoille. Parhaimpia tuloksia saaneissa lukioissa opiskeltavat asiat tulevat selväksi, opiskelijat tekevät annetut kotitehtävät sovitulla tavalla ja että opiskelijat neuvovat toisiaan useammin kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa. Heikoimpia suorituksia tuottaneissa lukioissa opetusmenetelmät ovat konkreettisia, käytännöllisiä, ja ehkä opiskelijoiden motivaation nostamista tavoittelevia. Näyttää siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty tai jouduttu käyttämään, osaaminen ei selvästikään ole ollut samalla tasolla kuin parhaita tuloksia saavissa lukioissa. Aineiston perusteella emme tiedä, olisivatko tulokset heikommin menestyneissä lukioissa olleet parempia tai heikompia muita menetelmiä käyttäen.

Osaamisen muutosta on vaikeampi selittää opettajan pedagogisilla ratkaisuilla kuin osaamistasoa. Lukion matematiikan pitkän oppimäärän ryhmissä yksikään pedagoginen ratkaisu ei näytä tuovan selvästi parempaa tulosta. Sen sijaan näyttää siltä, että lukioissa lisäarvoa voidaan osoittaa lyhyen matematiikan ryhmissä. Keskeinen selittäjä suurta muutosta aikaan saaville lukioille on se, että useammin pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä, että useammin on opittu mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä ja se, että opiskeltavat asiat tulevat useammin selviksi.

Parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden lukioiden arvosanalinjat eivät kohtaa toisiaan. Parhaimpia tuloksia saavissa lukioissa vaaditaan selvästi enemmän osaamista arvosanaan kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä. Äärimmillään hyvin menestyneiden lukioiden arvosanan 5 saaneet opiskelijat ovat parempia kuin heikoimmin menestyneiden lukioiden arvosanan 9 saaneet opiskelijat. Ero arvosanalinjoissa johtaa ilmeiseen epätasa-arvoon opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin, kun lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia.

5.2 Keskustelua ja jatkokysymyksiä tulosten pohjalta

Tulokset nostavat esiin paljon ajatuksia niin lukiokoulutuksen loppuvaiheen osaamistasoon kuin opiskelijoiden opintojen polkuun liittyen. Muutamia näkökulmia otetaan esiin edeltävän tiivistyksen pohjalta.

5.2.1 Koulutusta koskevilla valinnoilla on oleellinen merkitys osaamisen lisääntymisessä

Suuret erot matemaattisessa osaamisessa lukiokoulutuksen lopussa selittyvät pitkälti opiskelijoiden kurssivalinnoilla. Lukiossa matematiikan pitkän oppimäärän suorittavien osaaminen lisääntyy kolmen vuoden opintojen aikana huomattavasti, kun samassa ajassa lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän suorittaneiden osaaminen ei juuri lisäänny lukion aikana – tai opitut asiat ehditään unohtaa lukiokoulutuksen loppuun mennessä. Erot lukion sisällä eri ryhmien välillä ovat huomattavan suuria. Yhtäältä on selvää, että kaikkien kansalaisten ei tarvitse osata matematiikkaa yhtä paljon. Periaatteessa voidaan puhua ”mahdollisuuksien tasa-arvosta” (Jakku-Sihvonen & Kuusela, 2002, 7), jossa koulutusjärjestelmämme tuottaa kaikille kansalaisille yhtäläiset mahdollisuudet saada samanlaiset valmiudet yhteiskunnassa toimimiseen. Toisaalta jos koulutuksellinen tasa-arvo määritellään Jakku-Sihvosen ja Kuuselan tapaan siten, että ”oppimistuloksissa ei ole systemaattista tyttöjen ja poikien välistä vaihtelua, väestöryhmien välistä vaihtelua eikä alueellista vaihtelua” (Jakku-Sihvonen & Kuusela, 2002, 7), on ilmeistä, että koulutusjärjestelmämme tuottaa hyvin eriytynyttä ja epätasa-arvoista osaamista jo perusopetuksen yläluokkien aikana, ja osaamisen erot kasvavat vielä lukiokoulutuksen aikana.

On ymmärrettävää, että toisilla ammattialoilla ja erilaisissa jatko-opinnoissa matemaattiset valmiudet ovat oleellisemmat kuin toisilla. Luonnontieteissä, insinööritieteissä tai kauppatieteisiin, matematiikkaan ja tilastotieteeseen linkittyvissä ammateissa tarvitaan lähtökohtaisesti enemmän matemaattista osaamista kuin esimerkiksi humanistisilla aloilla. Näin on yksilön kannalta ymmärrettävää, että osa opiskelijoista ei koe matemaattisia opintoja tärkeiksi tulevan ammattinsa tai jatkokoulutuksensa kannalta. Toisaalta näyttää siltä, että kun matematiikan ylioppilaskirjoituksissa ei enää ole pakollista valita edes lyhyen oppimäärän koetta, tällä lienee ollut oleellinen merkitys siihen, kuinka sitoutuneesti matematiikkaa opiskellaan erityisesti niissä ryhmissä, joissa matematiikan opinnoissa valitaan vain minimimäärä kursseja. Ylioppilaskokeella itsellään näyttää olevan vaikutusta osaamisen lisääntymiseen päätellen oleellisen suuresta erosta niiden välillä, jotka eivät aikoneet kirjoittaa lyhyen oppimäärän koetta lainkaan ja jotka siihen valmistautuivat. Lyhyen oppimäärän kirjoittaneiden osaaminen lisääntyi lähes saman verran kuin pitkän oppimäärän valinneiden, kun taas kirjoittamatta jättäneillä osaaminen ei lisääntynyt juuri lainkaan.

Voidaan oikeutetusti kysyä, jääkö minimikursseja suorittaneilta oppimatta jotain oleellista lukiokoulutuksen aikana. Onko 9. luokan loppuvaiheen taso riittävä arkielämässä vaadittavaan matemaattiseen tasoon? Olisiko opiskelijoiden tulevan elämän kannalta parempi, että varmuus arkielämässä tarvittavissa peruslaskutoimituksissa – esimerkiksi prosentti- tai korkolaskujen hallinta – lisääntyisi lukio-opintojen aikana? Voidaan kysyä, olisiko mielekästä vaatia kaikilta lukiokoulutuksen käyneiltä jonkinlainen perustaso lukion loppuvaiheessa, joka olisi korkeampi kuin 9. luokan lopussa.

Oli kansallinen päätös, että ylioppilaskokeissa matematiikkaa ei tarvitse kirjoittaa pakollisena oppiaineena. Päätöksen seurauksena on mahdollista, että kansallinen osaamisvaranto on näiltä osin laskenut ja tulee ehkä laskemaankin. Voidaan ennustaa, että mitä useampi lukiolainen valitsee olla osallistumatta edes lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeeseen, sitä matalammaksi kansallinen osaamisvaranto matematiikan osalta tulee muuttumaan. Jos madaltunut ja mahdollisesti madaltuva osaamistaso voidaan kansallisesti sietää (ks. Sulkunen & Välijärvi, 2012), ei ole tarpeen muuttaa käytänteitä. Mikäli taas olemme huolissamme kansallisen osaamistason laskusta aikuisväestössä, *lienee perusteltua vakavasti pohtia joko matematiikan ylioppilaskokeen palauttamista pakolliseksi kaikille ylioppilastutkintoon osallistuneille tai uudenlaisen ylioppilaskokeen kehittämistä yleiskokeeksi, jossa matematiikalla olisi selkeä rooli.*

On huomattava myös, että ylioppilaskokeen puskuvaikutus ei ole ainoa osaamista vahvasti selittävä tekijä: kurssi- ja oppimäärävalinnat ovat osittain seurausta positiivisesta suhtautumisesta matematiikkaan. Matematiikan suhteen asenne kuitenkin heikkenee huomattavasti perusopetuksen aikana (ks. aiempi pitkittäisraportti: Tuohilampi & Hannula, 2013). Linnansaari, Viljaranta, Lavonen, Schneider ja Salmela-Aro (2015) käsittelevät samaa ongelmaa luonnontieteiden näkökulmasta. Heidän mukaansa oppilaat kokevat luonnontieteet yhtäältä tärkeiksi, mutta toisaalta oppiainekonteksti koetaan vähemmän tärkeäksi. Erityisesti tyttöjen on helpompi sitoutua opintoihin, jos opetukseen voi aktiivisesti osallistua. Tutkimuksessa varovaisesti vahvistettiin myös opettajan tai yhteiskunnan mahdollisesti osoittaman asenteellisuuden haitallisuus: jos oppiaine esimerkiksi abstraktiutensa vuoksi tiedostamatta ajatellaan soveltuvaksi parhaiten esimerkiksi pojalle, lukutoukalle tai syntyjään matemaattisesti lahjakkaalle, vaikeutetaan muiden oppilaiden mahdollisuutta kokea oppiaine itselle soveltuvaksi.

Edellä käsitelty on erityisen tärkeää suomalaisessa kontekstissa kahdesta syystä. Ensinnäkin Suomi korkean koulutuksen ja teknologian maana on vahvasti riippuvainen kansakunnan matemaattis-luonnontieteteellis-teknologisesta osaamisesta. Suomalaisen yhteiskunnan liiketoiminta ja rakenteet painottuvat vahvasti teknologiaosaamisen ympärille, ja toisaalta koululaitos tuottaa kohtuullisen hyvää osaamista tällä alueella. Toinen tekijä nousi esiin viimeaikaisessa väitöstutkimuksessa (Tuohilampi, 2016) jossa osoitettiin matematiikkaan liittyvien affektiivisten tekijöiden heikkenevän kehityksen olevan ongelma erityisesti länsimaisessa kulttuurissa. Suomalainen kulttuuri on yksilökeskeinen, eikä ulkopuolelta tarjottu käsitys oppiaineen tärkeydestä tuolloin muodostu automaattisesti sisäistetyksi. Oppilaan täytyy saada kokea oppiaineen opiskelu merkityksellisenä kokemuksena – kokea että matematiikka on paitsi tärkeää, se on tärkeää myös oppilaalle itselleen.

Yle uutisoi 20.4.2016 ”kovien luonnontieteiden suosion romahtamisesta”[126]. Artikkelissa huolehdittiin vientiteollisuuden tulevaisuudesta, ja todettiin nykyopiskelijoiden valitsevan liian vähän matematiikkaa yhteiskunnan tarpeisiin nähden. Pitkän matematiikan suosion todettiin laskeneen. Artikkelissa todettiin myös osuvasti 15–16-vuotiaiden tekevän valintojensa kautta koko Suomen

126 http://yle.fi/uutiset/kovien_luonnontieteiden_suosio_romahtanut_yliopistoissa__lukion_valinnaisuus_uhkaa_ parjaamistamme/8818335

elinkeinoelämää koskevia päätöksiä. Artikkelin viestiin voi tässä raportissa esitetyn valossa yhtyä. Matemaattisilla opiskelualoilla on monien mahdollista pärjätä, kunhan matematiikan opintoja tulee alun perin valinneeksi – ja tähän valintaan on suurena vaikuttimena sitoutuneisuus, myönteiset kokemukset ja oppiaineen mielekkyys itselle. Huomioimalla nämä tekijät sisältöjen rinnalla yhtäläisen merkittäviksi oppimistavoitteiksi vahvistetaan siis paitsi yksilöiden hyvinvointia, myös yhteiskuntamme kestokykyä tulevaisuuden kilpailussa.

5.2.2 Lukiokoulutuksen jälkeen kansalaiset ovat hyvin eriarvoisessa asemassa matematiikan osaamisen suhteen

Matemaattisen osaamisen eriytymiseen liittyy toinenkin näkökulma – tasa-arvonäkökulma. On ilmeistä, että koulutusjärjestelmämme tuottaa hyvin eriytynyttä osaamista jo perusopetuksen yläluokkien aikana, ja osaamisen erot kasvavat vielä lukiokoulutuksen aikana. Lukiokoulutuksen loputtua opiskelijat hakeutuvat työelämään ja jatkokoulutukseen erittäin erilaisin valmiuksin, mikä lienee tarkoituskin, sillä toiset ovat parempia käytännöllisissä asioissa ja toiset reaaliaineissa ja kirjallisuudessa ja kolmannet ehkä parempia matematiikassa.

Matematiikalla on yhteiskunnassamme keskeinen välinearvo – samoin kuin luku- ja kirjoitustaidolla, joita tarvitaan arkielämässä. Joka päivä kaupassa ostoksilla, pankissa lainaa hakiessa tai ehkä rahaa sijoittaessa, asuntoa rakentaessa tai remontoidessa tai esimerkiksi lääkkeiden annostelussa kotona, palkan riittävyyttä mietittäessä tai poliittista viestiä arvioitaessa matemaattiset taidot – tai niiden puute – ovat läsnä. Kun perusosaamisessa syntyy eroja eri opiskelijaryhmien välille, voidaan kysyä, kuinka suuri on järjestelmämme tuottama eriarvoisuus väestöryhmien välillä. Ei ole järkevää alentaa niiden osaamistasoa, jotka suorittavat lukion pitkän matematiikan kursseja. Sen sijaan voi olla mielekästä pohtia, *kuinka voitaisiin lisätä osaamista heikoimmin suoriutuvien opiskelijoiden ryhmissä*.

Siemen osaamisen eroille syntyy yläkoulun aikana, mutta jo varhaisilla luokilla erot eri ryhmien välillä ovat selkeitä. Lukiossa pitkän matematiikan valinneiden opiskelijoiden ja lyhyen oppimäärän valinneiden mutta sen kirjoittamatta jättäneiden opiskelijoiden osaamisessa on erittäin suuri tasoero jo 9. luokan lopussa. Mitä voitaisiin tehdä, jotta motivoitumattomampien opiskelijoiden osaamistasoa voitaisiin nostaa? Monien opiskelijoiden osalta polku näyttää determinoidulta jo aivan varhaisilta luokilta lähtien; osaamistaso on alaluokilla ehkä heikko ja monessa tapauksessa viesti on samanlainen läpi kouluvuosien. Miten näiden opiskelijoiden varhaista matemaattista uraa voisi parhaiten liikauttaa? Mikä on luokanopettajan ja erityisopettajan rooli heikkojen opiskelijoiden tason nostamisessa – olisiko mahdollista tai järkevää monipuolistaa apumenettelyjä ja ehkä valtavirtaistaa enemmän heikkojen oppijoiden tukemista? Pitäisikö heikoille oppijoille tarjota säännönmukaisesti enemmän oppitunteja, jos kotona läksyjen tekeminen ei kiinnosta? Pitäisikö vanhemmat ottaa mukaan oppimaan matemaattisia asioita ja kannustaa heitä ottamaan vastuuta varhaisista matemaattisista valmiuksista samaan tapaan kuin nyt kannustetaan vanhempia lukemaan lasten kanssa? Pitäisikö myöhemmissä opinnoissa olla jokin motivoiva porkkana opintoihin ja sen ääressä työn tekemiseen? Olisiko ala- ja yläluokkien taitteessa hyödyllistä, että luokan- ja aineenopettajan työaluetta laajennetaan niin, että aineenopettaja ottaisi enemmän vastuuta paremmista oppilaista ja luokanopettaja enemmän vastuuta heikommista oppijoista – ehkä pienemmissä ryhmissä? Saataisiinko tällä aikaan tilanne, että myös heikot oppilaat saisivat tarvittavan huomion yläluokkien aikana, kun aineenopettajan huomio saattaa olla suuntautunut enemmän matemaattisesti pitkällä olevien oppilaiden saattamisessa kelpoisiksi lukion pitkän oppimäärän lukijoiksi?

5.2.3 Miksi tytöt ja naiset menestyvät poikia ja miehiä heikommin matematiikassa ja mitä siitä seuraa?

Tulosten mukaan naiset menestyvät matematiikassa miehiä heikommin lukiokoulutuksen lopussa. Naiset ovat lukiossa noin yhden vuoden opintojen verran jäljessä miehiä. Tendenssi on selvä jo 9. luokan lopussa: yläluokilla matematiikka ei näytä kiinnostavan tyttöjä niin paljon, että he haluaisivat suunnata siihen energiaansa poikien tavoin. Tämä näkyy siinä, että parhaiden oppilaiden joukossa tyttöjen osuus on pieni: aineistossa lukiokoulutuksen lopussa parhaista matematiikan osaajista vain 35 % on naisia kun miehiä on 65 %. Tiedetään myös, että kaikissa taitotasoluokissa naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkitsevästi ja merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja lukuun ottamatta aivan parhaita ryhmiä heidän käsityksensä itsestään osaajana olivat matalampia kuin miesopiskelijoilla.

Naisten jatko-opintojen näkökulmasta tilanne näyttäytyy mahdollisuuksia kaventavalta. Tiedetään, että matemaattista osaamista tarvitaan mm. monissa insinööritieteiden, kauppa- ja kansantaloustieteiden tai matematiikan ja tilastotieteen kautta tulleissa ammateissa. Mitä vähemmän naisia on parhaiden matematiikan osaajien joukossa, sitä vähäisempi on heidän osuutensa tietyissä ammateissa, mikä potentiaalisesti vinouttaa ammattirakenteita sukupuolia syrjivästi. Sinänsä kiinnostavaa on, että tekniikan ja liikenteen alan korkeakouluopinnoissa valmistuneista oli naisia vielä pienempi prosentuaalinen osuus kuin lukiokoulutuksen lopussa naisia oli parhaiden opiskelijoiden joukossa: teknisellä alalla vain 25 % ylemmän korkeakoulututkinnon ja 23 % alemman suorittaneista on naisia (Tilastokeskus, 2015).

On mahdollista, ehkä jopa todennäköistä, että naisten vähäisempi määrä parhaiden matematiikan harrastajien joukossa johtuu heidän omasta suuntautumisestaan muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan. Keskeinen kysymys on, *miksi* tytöt jo varhain alkavat keskittyä muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan ja miksi heidän määränsä pienenee parhaiden opiskelijoiden joukossa? Voisiko kyse olla matematiikan huippuosaajiin helposti liittyvän ”nörtti”-maineen välttäminen? Vai karttavatko tytöt kilpailua ja erityisesti kilpailua poikia vastaan, jolloin he alisuoriutuvat (Pääkkönen, 2013)? Jos kysymys on omasta valinnasta 15 vuoden iässä tai jo aiemmin, onko tämä valinta tehty tietoisena valinnan seurauksista jatko-opintovaiheessa? Mikä on opettajan, opintojen ohjaajan tai perheen rooli opiskelijan tehdessä valintojaan? Onko kysymys vertaisryhmän paineesta? Kannustetaanko tyttöjä opiskelemaan matematiikkaa yhtä paljon kuin poikia? Onko mahdollista, että tasoltaan hyvien tyttöjen poisjäänti matematiikan pitkän matematiikan kursseilta seuraa siitä, että pojat joutuvat perustelemaan poisjäännin, mutta tytöt eivät – ja näin ehkä viestitään, että tyttöjen poisjäänti on aivan odotettavaa? Kannustaako opettaja – ehkä tietämättään – stereotyyppisemmin poikia jatkamaan matematiikan opinnoissa, mutta ei ehkä tyttöjä samassa määrin? Kannustetaanko kotona poikia tyttöjä useammin paneutumaan matematiikan opintoihin? Vai saavatko pojat alun perinkin enemmän iloa numeroiden kanssa toimimisesta kuin tytöt, tai harrastavatko pojat tyttöjä useammin asioita, joissa ollaan tekemisissä numeroiden kanssa? Pääkkösen (2013, 454) huomio lienee oikean suuntainen: liike-elämän ja korkeakoulujen käytäntöjä on syytä tarkastella kriittisesti, millaisia kannusteita työmarkkinat luovat tytöille matematiikan opiskeluun.

5.2.4 Kykeneekö koululaitos paikkaamaan kodin koulutuksellisen pääoman puutteet?

Aineiston perusteella tiedetään, että molempien vanhempien ylioppilastutkinto tuo – riippumatta suoritetuista ylioppilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä – noin kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen lukioissa verrattuna opiskelijoihin, joiden vanhemmista kumpikaan ei ollut ylioppilas. On mahdollista, että korkeampi koulutus mahdollistaa korkeamman intellektuaalisen, akateemisen ja sosiaalisen pääoman, millä puolestaan voi olla yhteyttä lapsen varhaiseen kehittymiseen. Korkeampi intellektuaalinen pääoma voi näkyä mm. laajempana sanavarastona, parempana kykynä luokitella käsitteitä ylä- ja alakäsitteisiin tai abstraktimman ajattelun omaksumisena esimerkiksi metaforien tai kielikuvien muodossa. Korkeampi akateeminen pääoma puolestaan voi näkyä esimerkiksi lapsen varhaisempana luku- ja kirjoitus- ja matematiikkataitona, vanhempien kannustamisena opiskelemiseen, koulutuksen arvostamisena ja akateemisissa perheissä nimenomaan akateemiselle uralle kannustamisena, mikä voi teini-iän turbulenteissa vaiheissa antaa vahvemman pohjan opinnoissa etenemiseen. Korkeampi sosiaalinen pääoma voi näkyä koulutuksen ja perheen ystäväpiirin periytymisenä. Kokonaisuutena voidaan ehkä puhua koulutuksellisen pääoman puutteista ja vahvuuksista.

Koulutusjärjestelmän tehtävä lienee pyrkiä kuromaan umpeen eri pääomalla varustettujen lasten akateemiset valmiudet. Aiempien tulosten mukaan suomalainen koululaitos kykenee 6. luokan alkuun mennessä kuromaan umpeen aivan lähtövaiheessa olleet suuret erot (Metsämuuronen, 2013b). Pitkittäisaineiston näkökulmasta on kuitenkin ilmeistä, että ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla 6. luokan alkuun tultaessa ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien sekä lukiokoulutuksessa. Näyttää siltä, että matalammasta koulutustaustasta tulleet opiskelijat eivät keskimäärin saavuta korkeammasta koulutustaustasta tullutta vertaisryhmää kouluvuosien aikana. Voidaan oikeutetusti kysyä, epäonnistuuko koulujärjestelmämme tasa-arvopyrkimyksissä. Vai onko kysymyksessä luonnonlain omainen tila: riippumatta koululaitoksesta opiskelijoiden lapsuuden kodin tuottama intellektuaalinen ja akateeminen pääoma syntyy varhaisina vuosina eikä sitä enää voida korjata kaikilla oppilailla? Jos jälkimmäinen pitää paikkansa, *entistä suurempi painoarvo koulutuksellisen yhdenvertaisuuden takaamisessa tulee varhaiskasvatukselle päiväkodeissa*.

Yhtäältä varhaiskasvatussuunnitelman perusteet (OPH, 2016) huomauttaa, että matemaattiseen ajatteluun ja sen kehittymiseen voidaan vaikuttaa jo varhaislapsuudessa. *Varhaiskasvatus* on keskeinen lapsuuden toimintaympäristö, jossa myös akateemisten taitojen oppimisen edellytyksiä luodaan systemaattisesti ja opetussuunnitelmaan perustuen. Varhaiskasvatuksessa tulee tukea lasten matemaattisen ajattelun kehittymistä sekä myönteistä suhtautumista matematiikkaan. (OPH, 2016, 44.) Toisaalta mikä on *vanhempien* vastuu lasten akateemisten ja intellektuaalisten taitojen kasvamisessa varhaisina vuosina? Mikä on *neuvoloiden* ja siellä varhaisen vanhempien kohtaamisen merkitys sivistyksellisen pääoman kasvattamisessa? Tulisiko jo neuvolassa – ehkä jopa ennen lapsen syntymää – pitää huolta siitä, että vanhemmat ymmärtävät varhaisen yhdessä keskustelun, lukemisen ja kirjallisuuden vaikuttavan sanavarastoon ja ajatteluun ja sen kautta lapsen tulevaisuuteen myönteisesti?

Positiivisesti katsoen jo varhaisina vuosina syntyy noin puolentoista vuoden opintoja vastaava ero opiskelijaryhmien välille, mutta vanhempien ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei eriydy enää lukio-opinnoissa. Kyseessä ei siis näytä olevan Matteus-efektin kaltaisesta tilanteesta, jossa ”niille, joilla paljon on, lisää annetaan”; vanhempien korkeammasta peruskoulutuksesta ei siis synny kumuloituvaa hyötyä enää 6. luokan jälkeen.

5.2.5 Miten korjata päättöarvosanojen vastaamattomuudesta johtuva epätasa-arvo jatko-opintoihin hakeutumisvaiheessa?

Tulosten perusteella tiedetään, että parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden lukioiden arvosanalinjat ovat erilaisia. Äärimmillään heikoimmin suoriutuneiden lukioiden arvosanan 9 saaneet opiskelijat ovat heikompia kuin vaativien lukioiden arvosanan 5 saaneet opiskelijat. Tämä johtunee siitä, että parhaimpia tuloksia saavissa lukioissa matematiikan kursseilla edetään pidemmälle tai syvemmälle ja näin myös vaaditaan enemmän osaamista arvosanaan kuin heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa.

Erot arvosanan antamisen perusteissa eri lukioiden välillä ovat aineistossa ilmeisiä ja ymmärrettäviä. On ehkä ajateltu, että ylioppilastutkinto harmonisoisi päättöarvosanoja, kun opettajat osallistuvat ylioppilaskokeen pisteitykseen ja näin – periaatteessa – opettajien taso kalibroituisi samaksi eri koulujen välillä. Näinhän ei sitten aineiston perusteella käykään, vaan opettajilla lienee taipumusta antaa arvosanoja oppilaitoksen oman sisäisen jakauman pohjalta. Tästä seuraa se, että lukion parhaille oppilaille on taipumusta antaa korkeita ja heikoimmille matalia arvosanoja riippumatta siitä, mikä opiskelijan tosiasiallinen osaamistaso on. Eikä opettajalla olekaan yhteisesti kalibroitua testausjärjestelmää ennen lukion päättövaihetta, vaan käytetyt kurssikokeet heijastavat yleensä opettajan oman opetusryhmän tasoa.

Haaste opiskelijoiden arvosanojen kohtaamattomuudessa syntyy siitä, että lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia jatko-opintoihin. Jos ja kun arvosanojen taustalla oleva osaamistaso ei vastaa toisiaan eri lukioiden välillä, seuraa ilmeistä epätasa-arvoa opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin. Vaativan lukion ”heikko” opiskelija saattaa saada arvosanakseen 6, mutta onkin oikeasti osaamistasoltaan tätä selvästi parempi – ehkä arvosana 8 tai 9 voisi totuudenmukaisemmin kuvata hänen osaamistaan. Jos kaksi opiskelijaa hakeutuu samaan jatkokoulutuspaikkaan – toinen arvosanalla 6 vaativasta lukiosta ja toinen arvosanalla 9 vaatimattomammasta lukiosta – on ilmeistä, että arvosanan 9 saanut opiskelija on ansiottomasti etulyöntiasemassa valinnassa. Miten tämä epäoikeudenmukaisuus voitaisiin korjata? Tulososassa luvussa 4.7.4 esiteltiin kaksi matemaattista mallia, joilla lukion päättöarvosanat voidaan yhdenmukaistaa kohtuullisella tarkkuudella. Tämä on yksi mahdollisuus ratkaista tilanne.

Toinen – opiskelijan jatkuvan arvioinnin kannalta parempi – mahdollisuus olisi rakentaa lukion opintojen ajaksi kalibroiva testausjärjestelmä, joka olisi lukiosta ja sen tasosta riippumaton. Olisiko hyödyllistä tai käytännöllistä käyttää esimerkiksi MAOL:in lukiokokeiden tapaisia yhtenäisiä kokeita osana arvosanojen muodostumista lukioissa? Ehkä ylioppilastutkintolautakunta voisi tuottaa ylioppilaskokeeseen valmistautumisen vaiheeseen preliminäärikokeita, joiden avulla olisi mahdollista arvioida osaamista myös niiltä opiskelijoilta, jotka eivät aio kirjoittaa matematiikan ylioppilaskoetta?

Kolmas mahdollinen vaihtoehto olisi luoda lukio-opintoihin samanlainen standardiperustainen rakennelma kuin perusopetukseen, jossa yhteisesti on sovittu, mitä edellytetään arvosanan 8 saavilta oppilailta. Monet oppimistulosarvioinnit tosin osoittavat (ks. keskustelu luvussa 4.4.3), että arvosanan 8 standardia on vaikea noudattaa vertailukelpoisesti perusopetuksessa – on oletettavaa, että sen käyttö ei olisi yksikäsitteistä myöskään lukioissa. Yhteisesti sovittu standardi toisi kuitenkin ainakin teoreettisen mahdollisuuden arvioida opiskelijoita samalla skaalalla entisen lukiokohtaisen asteikon sijaan. Kansallisesti tämä vaihtoehto johtaisi isoihin ja työläisiin muutoksiin opetussuunnitelman perusteissa, sillä muutosta ei olisi mielekästä tehdä vain matematiikan opetussuunnitelman perusteisiin.

Opiskelijoiden oikeudenmukaisen kohtelun takaamiseksi *lukion päättötodistuksen matematiikan arvosanaa ei ole suositeltavaa käyttää hakuvaiheessa keskeisenä opiskelijoiden pääsykriteerinä ennen kuin arvosanat on yhdenmukaistettu eritasoisten lukioiden välillä.*

5.2.6 Pedagogiset ratkaisut ja eriyttäminen

Aineiston avulla kyetään selittämään varsin hyvin osaamistaso, muttei osaamisen muutosta. Tiedetään siis, kuinka hyvätasoisia opiskelijoita on opetettu, muttei välttämättä sitä, millä menetelmillä heistä tuli hyviä.

Eräs kiintoisista esiin nousseista tekijöistä on pedagoginen eriyttäminen. Opiskelija-aineiston perusteella tiedetään, että jos eriyttäminen on ollut systemaattista ts. opiskelijat tekevät *usein* tai *lähes aina* itselleen sopivan tasoisia tehtäviä, tulokset ovat merkitsevästi parempia matematiikan pitkän oppimäärän suorittavilla opiskelijoilla. Merkittävää siis on, että myös lähtötasoltaan heikkojen oppilaiden ryhmässä eriyttäminen on myönteisessä yhteydessä osaamiseen. Toisaalta oppilaitoksen näkökulmasta eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna *ei* näytä tuottavan parempia tuloksia – pikemmin päinvastoin. Näyttää siis siltä, että yksittäisten, ryhmään nähden edistyneempien, opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoisten tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä, mutta jos kaikki tai moni opiskelija tekee itselleen sopivan tasoisiaan tehtäviä, tulokset ovat heikompia. On ymmärrettävää, että jos opiskelija on niin hyvätasoinen, ettei hän hyödy normaaliopetuksesta, onkin järkevää antaa hänen edetä omassa tahdissaan. Toisaalta heikolle oppilaalle oman tasoisten tehtävien tekeminen voi tarkoittaa, ettei hän koskaan pääse samalle tasolle kuin paremmin pärjäävät opiskelijat.

Pedagoginen eriyttäminen ei selitä osaamisen muutosta lukio-opintojen aikana. Aineiston perusteella osaamisen muutosta on oleellisesti vaikeampi selittää opettajan pedagogisilla ratkaisuilla kuin osaamistasoa. Lukiossa matematiikan pitkän oppimäärän ryhmässä yksikään pedagoginen ratkaisu ei näytä tuovan selvästi parempaa tulosta. Lukioissa lisäarvoa voidaan osoittaa lyhyen matematiikan ryhmissä. Keskeinen selittäjä suurta muutosta aikaan saaville lukioille on se, että useammin pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä ja että useammin on opittu mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä ja se että opiskeltavat asiat tulevat useammin selviksi.

Voidaan kysyä, *saako* liian varhainen eriyttäminen yläluokkien aikana *aikaan* sen, että osalla oppilaista osaamisen taso on matala. Onko mahdollista, että aineenopettajajärjestelmään siirtymisen yhteydessä yläluokilla opettajan primääri kiinnostus siirtyy siihen, että lukioon menevien oppilaiden osaamistaso saadaan vastaamaan lukiotasoa, ja tällöin heikoimpien, sittemmin ammatilliseen koulutukseen hakeutuvien oppilaiden matemaattisen osaamisen nostaminen voi olla toissijaista? Voiko siis käydä niin, että oppilaan viestiessä viimeistään 9. luokan loppupuolella, että matematiikan oppiminen ei juurikaan häntä kiinnosta, hänet jätetään enemmän tai vähemmän oman onnensa nojaan? Aineiston perusteella tähän ei pystytä vastaamaan, mutta mikäli näin käy, olisi ehkä hyvä keksiä ratkaisuja myös näiden oppilaiden motivaation nostamiseen – oman onnensa ja oman aktiivisuuden varaan jättäminen ei liene missään mielessä suotava ratkaisu.

Aineiston perusteella näyttää ilmeiseltä, että heikosti menestyvät oppilaat, jotka eivät kotoakaan juuri saa tukea akateemiselle uralle, eivät näytä juurikaan hyötyvän aineopettajajärjestelmästä. Luonnollinen kysymys on, olisiko vähemmillä matemaattisilla taidoilla varustettu, ja ehkä näin paremmin heikompien tai motivoitumattomien oppilaiden ongelmia ymmärtävä luokanopettaja tai erityisopettaja saanut heikoimpien oppijoiden osaamisen nousemaan myös yläluokkien aikana? Olisiko hyödyllistä sekä heikoimmille että parhaimmille oppilaille, että luokanopettajan ja aineenopettajan työkenttää laajennetaan niin, että ne kulkevat pidempään limittäin?

Uusi opetussuunnitelma painottaa aiempaa enemmän ilmiöpohjaisuutta, yhdessä opiskelulle, keskustelulle ja oppilaiden autonomian vahvistamiselle. Näiden tekijöiden on tutkimuksissa havaittu tukevan syvää ja ymmärryspainotteista oppimista (ks. kirjallisuutta Tuohilampi, 2016). Samat tekijät on yhdistetty affektiivisten tekijöiden vahvistamiseen. Esimerkiksi motivaatiotutkimus on nostanut autonomian, mielekkyyden sekä hallinnan kolmikoksi, joka parhaimmillaan tuottaa sitoutuneisuutta oppiaineeseen. Myös ongelmalähtöisen opetuksen ja tutkivan oppimisen (ks. Hakkarainen, Lonka & Lipponen, 2004) on ehdotettu tuottavan paitsi syvällistä oppimista, myös mielekkyyden tunteen lisääntymistä. Tuohilammen (2016) väitöstutkimuksen mukaan kerran kuukaudessa toteutettu ongelmakeskeinen oppitunti vahvisti alakoululaisten oppimisilmapiiriä. Oppitunti, joka rakentuu (avoimen) ongelman ympärille yksittäisen ja tarkkaan rajatun sisällön sijaan sekoittaa hetkellisesti rooleja tarjoten vaatimattomallakin pystyvyyden tunteella varustetulle oppilaalle uuden tilaisuuden kiinnittyä oppiaineeseen ”puhtaalta pöydältä”. Lisäksi monipuolinen ongelmatehtävä auttaa linkittyneemmän ymmärryksen rakentamisessa (Saglam, Karaaslan & Ayas, 2010) sekä antaa mahdollisuuden työskennellä monella matemaattisen haastavuuden tasolla, mikä puolestaan lisää oppilaan mahdollisuuksia tunnistaa etukäteen toiminnasta odotettavissa olevia tuloksia ja sitä kautta kontrolloida toimintaansa (Pekrun, 2006).

Mielekkyyden varmistamiseksi voi siis suositella perusopiskelun lomaan oppimisaktiviteetteja, jotka lisäävät keskustelua, yhteisöllistä oppimista, tutkivaa oppimista ja (ongelma)tehtäviä, jotka haastavat, linkittyvät ja sitouttavat monella tasolla. Myös Hidi & Renningerin (2006) nelivaiheinen malli auttaa jäsentämään oppimisaktiviteettien mielekkyyden arviointia: aktiviteetin tulisi napata kiinnostus (*catch*) ja ylläpitää sitä, jolloin ajan kuluessa ja kiinnostavien aktiviteettien myötä kiinnostus alkaa kehittyä sisäistyneeksi. Jokaisen oppitunnin ei tarvitse tavoitella optimaalista mielekkyyden tilaa, riittää, että affektiivinen puoli otetaan huomioon riittävän usein ja sisältötavoitteiden sijaan välillä tavoitellaan ensisijaisesti affektiivisen puolen vahvistamista. On myös syytä erottaa mielekkyys puhtaasta mukavuudesta: mielekkyys tarkoittaa oikean tasapainon löytymistä haasteen ja pystyvyyden tunteen välille. Oppilaille on järkevää tarjota kiinnostuksen korkealle nostavia haasteita ja näin pyrkiä vähentämään tylsyyden linkittymistä oppiaineeseen.

5.3 Kehittämissuositukset

Yleisiä koulutuspoliittisia suosituksia päätöksen teon tueksi

1) Jotta koulutusjärjestelmä voisi tukea erilaisista taustoista tulevien lasten akateemisia taitoja, olisi tärkeää entistä enemmän nostaa esiin varhaiskasvatuksen kasvatusvastuuta ja neuvolatoiminnan tukea. Tutkimusten mukaan matemaattisten ja muiden akateemisten taitojen kehittyminen alkaa jo varhaisina vuosina. Varhaiskasvatuksella on siten tärkeä rooli näiden taitojen kehittymisen tukemisessa. Varhaiskasvatuksessa ja neuvoloissa tulee ohjata vanhempia ymmärtämään varhaisen keskustelun, lukemisen ja kirjallisuuden vaikutus sanavarastoon ja ajatteluun ja sen kautta lapsen tulevaisuuteen myönteisesti ja toimimaan sen mukaisesti. Varhaiskasvatuksessa tämä voi tarkoittaa sitä, että vanhempia kannustetaan ottamaan enemmän vastuuta varhaisista matemaattisten varhaistaitojen kehittymisestä samaan tapaan kuin nyt kannustetaan vanhempia lukemaan lasten kanssa.
2) Perusopetuksen loppuvaiheessa ja toisella asteen koulutuksessa havaitun osaamisen suuren eron kaventamiseksi on järkevää kiinnittää huomiota heikoimpien oppilaiden entistä aktiivisempaan tukemiseen jo varhaisina vuosina. Tämä voi tarkoittaa sitä, että matemaattisille valmiuksille annetaan entistä suurempi painoarvo varhaiskasvatuksessa.
3) Kansallisen osaamisvarannon heikkenemisen estämiseksi lukioissa on perusteltua kehittää ylioppilaskoe sellaiseksi, jossa matematiikalla olisi selkeä rooli kaikkien opiskelijoiden osalta.
4) Ammatillisen koulutuksen kehittäjien ja toteuttajien on syytä pohtia, kuinka taataan opiskelijoiden riittävät jatko-opintovalmiudet matematiikan, äidinkielen ja kielten osalta. Riittävien jatko-opintovalmiuksien saavuttaminen edellyttää ammatillisten oppilaitosten ja ammattikorkeakoulujen välistä yhteistyötä, jossa määritellään, mikä on jatko-opinnoissa tarvittava osaamisen taso, ja mahdollisten siltakurssien tai vastaavien rakentamista niille opiskelijoille, joita vaativampia matemaattisia valmiuksia edellyttävät jatko-opinnot kiinnostavat. Matematiikan tuntimäärien vähentäminen ammatillisessa koulutuksessa ei liene oikea suunta, mikäli pyritään siihen, että opiskelijoilla on todelliset jatko-opintovalmiudet.
5) Tutkimuksilla on syytä selvittää, miksi tytöt jo ennen kuudennen luokan alkua alkavat keskittyä mieluummin muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan. Matemaattisesti lahjakkaita tyttöjä on tärkeää kannustaa matematiikan harrastamiseen ja pitkän matema-

tiikan opiskeluun. Opettajilla, opinto-ohjaajilla ja vanhemmilla on keskeinen rooli tuoda esiin matematiikan opintojen tärkeys perusopetuksen jälkeisissä opinnoissa ja opintojen mahdollinen yhteys uramahdollisuuksiin.

6) Lukion päättötodistuksen matematiikan arvosanan tai ammatillisen koulutuksen taitotason käyttö keskeisenä pääsykriteerinä jatko-opintoihin edellyttää niiden vertailukelpoisuuden varmistamista eritasoisten lukioiden ja ammatillisen koulutuksen järjestäjien kesken. Tämä tukisi opiskelijoiden oikeudenmukaista kohtelua. Päättöarvioinnin yhdenmukaisuuden saavuttaminen on pitkäaikainen prosessi eikä sitä saada vahvaksi ilman koko ikäluokkaa koskevia päättökokeita. Näitä ei kuitenkaan suositella otettavaksi käyttöön, vaan päättökokeen sijaan tehokkaampia ja vertailukelpoisempia oppilaan ja opiskelijan jatkuvaan ja monipuoliseen näyttöön perustuvia menetelmiä. Raportti esittää joitain nopeasti käyttöönotettavia vaihtoehtoja väliaikaisiksi ratkaisuiksi.

7) Lukioissa on syytä käyttää vertailukelpoisia kokeita osaamistason ja päättöarvosanan määrittämiseksi. Toinen tapa lisätä vertailukelpoisuutta on kehittää lukioihin arvosanastandardit samaan tapaan kuin perusopetuksessa ja ammatillisessa koulutuksessa. Ylioppilastutkintolautakunta tai Karvi voisi kehittää kokeita tai menettelyjä, joita käyttämällä saataisiin heikosti vertailukelpoiset päättöarvoarvosanat yhteismitallisemmiksi.
8) Koska parhaiden ja heikoimpien peruskoulujen, lukioiden ja ammatillisen koulutuksen järjestäjien antaman arvosanat eivät vastaa toisiaan, opiskelijoiden oikeudenmukaisen kohtelun varmistamiseksi oppilas- ja opiskelija-arvioinnin painoarvoa opettajien jatko- ja täydennyskoulutuksessa ja vertaistuessa ei saa vähentää, vaan sitä voisi pikemmin lisätä.

Suosituksia koulutuksen järjestäjille

1) Paikallisissa varhaiskasvatussuunnitelmissa olisi syytä kiinnittää aiempaa enemmän huomiota siihen, miten matemaattisen ajattelun kehittyminen konkretisoituu toiminnaksi lapsiryhmissä. Huomion kiinnittäminen varhaisiin vuosiin voi tasoittaa kotitaustaan liittyviä lasten välisiä eroja. Erityisen tärkeää on kiinnittää asiaan huomiota niiden lasten kohdalla, joilla todetaan jo varhaisina vuosina selviä kielellisiä, käsitteellisiä, sosiaalisia ja/tai motorisia haasteita.
2) Opetuksen ja koulutuksen järjestäjien on syytä pohtia, kuinka matematiikan osaamiseltaan heikkojen oppijoiden opinpolkua voitaisiin tukea entistäkin tehokkaammin. Varhaisten ongelmien toteaminen ja niissä tukeminen edellyttänee varhaiskasvatuksen, esi-opetuksen ja alkuopetuksen tiiviimpää yhteistyötä. Ala- ja yläkoulun vaihteeseen voi olla hyödyllistä pohtia luokan opettajan ja aineenopettajan työn entistä pidempää limittymistä. Yläkoulussa on syytä kiinnittää niiden opiskelijoiden matematiikan osaamisen ohjaamiseen, jotka suuntautuvat ammatillisen koulutukseen tai eivät suunnittele suorittavansa matematiikan ylioppilaskoetta. Lukiossa tämä voi tarkoittaa niiden opiskelijoiden motivoimista, jotka eivät aio suorittaa kumpaakaan matematiikan ylioppilaskoetta. Ammatillisessa koulutuksessa matematiikan osaamisen tasoon voisi vaikuttaa vaatimustasoa nostamalla ja tuen mahdollistamista heikosti menestyville opiskelijoille. Heikosti menestyvien opiskelijoiden tukemisessa ja innostamisessa voi ratkaisuna olla opetusmenetelmien kehittäminen, esimerkiksi opiskelun kytkeminen tiiviimmin todellisiin arkielämän tilanteisiin tai klinikkaopetusta kansalaisena toimimisen riittävien taitojen varmistamiseksi.
3) Ammatillisen koulutuksen järjestäjien on syytä pohtia, kuinka taataan opiskelijoiden todelliset jatko-opintovalmiudet erityisesti matematiikan, äidinkielen ja kielten osalta. Riittävien jatko-opintovalmiuksien saavuttaminen edellyttänee ammatillisten oppilai-

tosten ja ammattikorkeakoulujen välistä yhteistyötä kanssa sen määrittämiseksi, mikä on jatko-opinnoissa tarvittava osaamisen taso ja mahdollisten siltakurssien tai vastaavien rakentamista niille, joita korkeampia matemaattisia valmiuksia edellyttävät jatko-opinnot kiinnostavat. Tämä voisi tarkoittaa myös tiiviimpää yhteistyötä lukioiden ja ammatillisen koulutuksen välillä: hyvin menestyvät opiskelijat voisivat osallistua lukion matematiikan kursseille jatko-opintovalmiuksien nostamiseksi.

4) Matematiikan arvosanojen vastaamattomuus eri oppilaitoksissa on ilmeinen opiskelijan oikeusturvaa murentava seikka, mikäli päättötodistuksen arvosanaa käytetään osana jatko-opintoihin hakeutumista. Ongelma ilmenee selvemmin lukiokoulutuksessa kuin ammatillisessa koulutuksessa. Lukiokoulutuksen järjestäjien on syytä yhdessä miettiä, kuinka arvosanojen vastaamattomuuteen voitaisiin nopeimmin puuttua. Tämä edellyttänee yhteistyötä myös opettajajärjestöjen kanssa. Raportissa vaihtoehtoina on esitetty seuraavia toimia: käytetään hakutilanteessa matemaattisia mallinnuksia arvosanojen yhdenmukaistamisessa, käytetään yhteisiä kokeita kuten MAOLin kokeita, YTL:n (preliminääri)kokeita tai laaditaan lukioon standardit arvosanalle 8 (”hyvä”) vertailukelpoisen osaamisen tason määrittämisessä. Vaihtoehtoisesti YTL tai Karvi voisi kehittää kokeen tai menettelyn, jolla arvosanoja voitaisiin saattaa yhdenvertaiseksi.

Suosituksia varhaiskasvattajille, opettajille ja opettajan kouluttajille

1) Lasten varhaisten matemaattisen osaamisen eroja on järkevää tasoittaa niin pitkälle kuin se on mahdollista ennen koulun alkua. Varhaiskasvatuksessa tämä voi tarkoittaa sitä, että vanhempia kannustetaan ottamaan enemmän vastuuta varhaisista matemaattisten valmiuksien kehittymisestä samaan tapaan kuin nyt kannustetaan vanhempia lukemaan lasten kanssa. Tämä saattaisi myös tarkoittaa kodin ja varhaiskasvatusta antavan yksikön välisiä säännöllisiä keskusteluja lapsen kehitykseen liittyen samaan tapaan kuin koulussa tehdään.
2) Varhaiskasvatuksessa on syytä huomioida matematiikan varhaisen oppimisen kannalta rikkaat oppimisympäristöt kuten digipelit ja käytännön työtehtävät, esimerkiksi leipominen ja kauppaleikit, joihin luontevasti linkittyy varhaisia matematiikan käsitteitä ja taitoja.
3) Matematiikkaan liittyvin varhaisten taitojen tunnistamista ja opettamista on järkevää painottaa entistä enemmän varhaiskasvatuksen koulutuksissa. Lastentarhanopettajien ja varhaiskasvatuksen henkilöstön opintoihin olisi järkevää lisätä mahdollisuus syventyä matematiikan opetukseen ja mahdollisuus suorittaa täydennyskoulutuksena matematiikan opetus varhaiskasvatuksessa.
4) Opettajien ja opettajankouluttajien olisi hyvä pohtia ja tutkia keinoja, joilla voidaan nostaa lähtötasoltaan heikkojen oppilaiden osaamistasoa entistä tehokkaammin. Ensimmäisten kouluvuosien aikana tämä voi tarkoittaa esimerkiksi yksinkertaisempia arkielämän ongelmiin keskittyviä – ehkä pelillisiä – perusharjoituksia tai vastaavia, jotta oppilaalla vahvistuu ajatus, että hän osaa matematiikkaa. Toisaalta on tärkeää ottaa huomioon oppilaiden erilaiset oppimistavat ja tarvota oppilaille kiinnostuksen korkealle nostavia haasteita ja näin pyrkiä vähentämään tylsyyden linkittymistä matematiikkaan oppiaineena.
5) Oppilaat saattavat tarvita tukea ja kannustusta myös matematiikkaan asennoitumisessa. Oppilailla voi olla ikäviä kokemuksia matematiikan opinnoista ja niiden pohjalta kielteisiä asenteita matematiikkaa kohtaan. Esimerkiksi kokemus siitä, että ei osaa matematiikkaa. Opettajien ja tutkijoiden olisi hyvä koota ja jakaa käytäntöjä siitä miten koulussa voisi tukea

myönteisten kokemusten syntymistä matematiikkaa kohtaan. On järkevää korostaa oppilaille ja opiskelijoille sitä, että omilla työskentelytavoilla, kuten säännöllisellä kotiläksyjen tekemisellä, on oleellinen vaikutus osaamisen kehittymiseen.

6) Opettajien ja opettajankouluttajien tulee pohtia ja tutkia keinoja, joilla tyttöjä voidaan ohjata kiinnostumaan matematiikasta. Tämä voi tarkoittaa paneutumista tyttöjen sosiaaliseen kontekstiin ja syväaineistojen kokoamista tyttöjen ajattelusta ennen perusopetuksen 6. vuosiluokkaa. Myöhemmin asiaan voi olla vaikea puuttua.
7) Opettajien kaikilla tasoilla on hyvä olla tietoisia siitä, että huolimatta perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa kuvattua standardia (arvosanalle 8) heidän käyttämissään arvosananantamisen asteikoissaan on huomattavaa koulukohtaista eroa – suuntaan tai toiseen joko arvosanoja liikaa nostava tai laskeva, ja että tästä seuraa perustavaa laatua olevaa epätasa-arvoa oppilaille ja opiskelijoille. Oppilas- ja opiskelija-arviointia yhdenmukaistavien keinojen kehittämistä tulee jatkaa yhdessä opetuksen ja koulutuksen järjestäjän ja opettaja- ja opiskelijajärjestöjen kanssa niin, että oppilaat ja opiskelijat ovat yhdenvertaisessa asemassa hakiessaan jatko-opintoihin. Oppilas- ja opiskelija-arvioinnin painoarvoa opettajien jatko- ja täydennyskoulutuksessa ja vertaistuessa ei saa vähentää.

8) Tulosten perusteella näyttää siltä, että sekä matematiikan osaamistasoltaan heikkojen että hyvien yksittäisten opiskelijoiden eriyttäminen tekemään oman tasoisiaan tehtäviä tuo heille hyötyä. Sen sijaan systemaattinen eriyttäminen, jossa kukin tekee oman tasoisia tehtäviään, ei ole suositeltavaa, sillä tämä ei tulosten mukaan tuota parempaa osaamista vaan on yhteydessä pienempään osaamisen muutokseen.

6 Viitteet

Aaltonen J, Kirjavainen T & Moisio A (2005). *Kuntien perusopetuksen tehokkuuserot ja tuottavuus 1998–2003*. VATT keskustelunaloitteita 374. Helsinki: Valtion taloudellinen tutkimuskeskus.

Aaltonen J, Kirjavainen T & Moisio A (2007). *Peruskoulujen ja lukioiden tehokkuuserot ja tuottavuus*. Teoksessa A kangasharju (toim.), Hyvinvointipalvelujen tuottavuus: Tuloksia opintien varrelta. VATT-julkaisuja 46. Helsinki: Valtion taloudellinen tutkimuskeskus.

Acharya SP, Metsämuuronen TM & Metsämuuronen J (2013). Teacher Effect in Learning. Teoksessa J Metsämuuronen & BR Kafle (toim.), *Where Are We Now? Student achievement in Mathematics, Nepali and Social Studies in 2011*. Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. ss. 281–316.

Aho E, Pitkänen K, & Sahlberg P (2006). *Policy Development and Reform Principles of Basic and Secondary Education in Finland since 1968*. May 2006. Washington, D.C., U.S.A.: The World Bank.

Alfonso A & St. Aybun M (2006). Cross-Country Efficiency of Secondary Education Provision: A Semi-Parametric Analysis with non-Discretionary Inputs. *Econometric Modelling*, 23(3), 476–493.

Altonji JG & Blank RM (1999). Race and gender in the labor Market. Teoksessa O Ashenfelder & D Card, *Handbook of Labor Economics*, Vol 3. Elesevier Science B.V. 3143–3359. Osoitteessa http://aida.wss.yale.edu/~jga22/website/research_papers/altonji%20and%20blank.pdf. Luettu 19.1.2017.

APA (2007). *Report of the APA Task Force on Socioeconomic Status*. Washington, DC: American Psychological Association.

Béguin A (2000). *Robustness of Equating High-Stake Tests*. Enschede: Febodruk B.V.

Bezruczko N (2004). Raw Score Nonlinearity Obscures Growth. *Rasch Measurement Transactions*, 18(2), 973–974.

Bereiter C (1963). Some persisting dilemmas in the measurement of change. Teoksessa CW Harris (toim.), *Problems in measuring change*. Madison: University of Wisconsin Press. ss. 3–20.

Blau FD, Ferber MA, & Winkler AE (2010). *The Economics of Women, Men, and Work*, 6. laitos. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Booth AL, & Nolen PJ (2012). Choosing to Compete: How Different are Girls and Boys? *Journal of Economic Behavior & Organization*, 81(2), 542–555. http://dx.doi.org/10.1016/j.jebo.2011.07.018.

Bradley RH & Corwyn RF (2002). Socioeconomic Status and Child Development. *Annual Review of Psychology*, 53, 371–399.

Bryk AS & Raudenbush SW (1987). Application of hierarchical linear models to assessing change. *Psychological Bulletin*, 104, 147–158. http://dx.doi.org/10.1037/0033-2909.101.1.147. Osoitteessa: http://personal.psu.edu/jxb14/M554/articles/Bryk%26Raudenbush1987.pdf.

Bryk AS & Weisberg HI (1977). Use of the nonequivalent control group design when subjects are growing *Psychological Bulletin*, 84, 950–962.

Cason TN, Masters WA, & Sheremeta RM (2010). Entry into Winner-Take-All and Proportional-Prize Contests: An Experimental Study. *Journal of Public Economics*, 94(9–10), 604–611. http://dx.doi.org/10.1016/j.jpubeco.2010.05.006. Osoitteessa https://www.chapman.edu/ESI/wp/Winner-Take-AllContests-Sheremeta.pdf. Luettu 16.1.2017.

Cejka MA & Eagly AH (1999). Gender-stereotypic images of occupations correspond to the sex segregation of employment. *Personality and Social Psychology Bulletin*, 25(4), 413–423. http://dx.doi.org/10.1177/0146167299025004002.

Cheryan S, Plaut VC, Handron C, & Hudson L (2013). The Stereotypical Computer Scientist: Gendered media Representations as a Barrier to Inclusion for Women. *Sex Roles*, 69(1), 58–71. http://dx.doi.org/10.1007/s11199-013-0296-x. Osoitteessa https://depts.washington.edu/sibl/Publications/Cheryan,%20Plaut,%20Handron,%20&%20Hudson,%202013.pdf. (Luettu 2.2.2017)

Cheung MW-L & Au K (2005). Applications of multilevel structural equation modeling to cross-cultural research. *Structural Equation Modeling* 12(4), 598–619.

Clements B (2002). How Efficient Is Education Spending in Europe? *European Review of Economics and Finance,* 1(1), 3–27.

Cohen J (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. 2nd edition. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cohen J & Cohen P (1975). Applied Multiple Regression/Correlation Analysis for Behavioral Sciences. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Collins LM & Horn JL (1991). *Best Methods for Analyzing Change*. Washington, DC: American Psychological Association.

Crawford C & Cribb J (2013). *Reading and maths skills at age 10 and earnings in later life: a brief analysis using the British Cohort Study*. Centre for Analysis of Youth Transitions (CAYT) Impact Study REP03. Osoitteessa https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/190625/Reading_and_maths_skills_at_age_10_and_earnings_in_later_life.pdf. Luettu 16.1.2017.

Cronbach LJ & Furby L (1970). How should we measure “change” – or should we? *Psychological Bulletin*, 74, 68–80.

Csikszentmihalyi M (1997). *Finding flow: the psychology of engagement with everyday life*. The MasterMinds series. New York: Basic Books.

Csikszentmihalyi M & Schneider B (2000). *Becoming Adult.* New York: Basic Books.

Datta Gupta N, Poulsen A, & Villeval M-C (2005). *Male and Female Competitive Behavior: Experimental Evidence*. IZA Discussion Paper No. 1833.

Diekman AB, Brown E, Johnston A, & Clark E (2010). Seeking congruity between goals and roles: A new look at why women opt out of STEM careers. *Psychological Science*, 21(8), 1051–1057. http://dx.doi.org/10.1177/0956797610377342.

Dohmen T, & Falk A (2011). Performance Pay and Multi-dimensional Sorting – Productivity, Preferences and Gender. *American Economic Review*, 101(2), 556–590.

Embretson SE & Reise SP (2000). *Item Response Theory for Psychologists*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Ellison G & Swanson A (2010). The Gender Gap in Secondary School Mathematics at High Achievement Levels: Evidence from the American Mathematics Competitions. *Journal of Economic Perspectives*, 24(2), 109–128.

Fennema E & Sherman J (1978). Sex-related differences in mathematics achievement and related factors: a further study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9, 189–203.

Freeman RB & Viarengo M (2014). School and Family Effects on Educational Outcomes across Countries. *Economic Policy*, 29(79), 395–446. http://dx.doi.org/10.1111/1468-0327.12033

Gneezy U, Leonard KL, & List JA (2009). Gender Differences in Competition: Evidence from a Matrilineal and a Patriarchal Society. *Econometrica,* 77, 1637–1664.

Gneezy U, Niederle M, & Rustichini A (2003). Performance in Competitive Environments: Gender Differences. *Quarterly Journal of Economics,* 118, 1049–1074.

Gneezy U, & Rustichini A (2004). Gender and Competition at a Young Age. *American Economic Review, Papers and Proceedings,* 94, 377–381.

Goldstein H (1986). Multilevel mixed linear model analysis using iterative generalised least squares. *Biometrika*, 73, 43–56. http://dx.doi.org/10.1093/biomet/73.1.43. Osoitteessa: http://www.bristol.ac.uk/media-library/sites/cmm/migrated/documents/goldstein-biometrika-1986-igls.pdf.

Guiso L, Monte F, Sapienza P, & Zingales L. (2008). Culture, Gender, and Math. *Science*, 320(5880), 1164–1165.

Hakkarainen, K., Lonka, K. & Lipponen, L. (2004). Tutkiva oppiminen. Järki, tunteet ja kulttuuri oppimisen sytyttäjinä. WSOY.

Hambleton RK (1993). Principles and selected Applications of Item Response Theory. Teoksessa RN Linn (toim.), *Educational Measurement,* 3. laitos. American Council of Education. Series of Higher Education. Oryx Press.

Hannen K (2001). *Utvärdering av inlärningsresultaten i modersmål i åk 6 i den grundläggande utbildningen våren 2000. Inlärningsresultat* 4/2001. Utbildningsstyrelsen.

Hattie, J. (2003). *Teachers make a difference. What is the research evidence*? Presentation at Australian Council for Educational Research Annual Conference on: Building Teacher Quality. https://cdn.auckland.ac.nz/assets/education/hattie/docs/teachers-make-a-difference-ACER-(2003).pdf Luettu: 14.2.2016.

Hattie, J. (2016). *Visible Learning*. Osoitteessa http://visible-learning.org/hattie-ranking-influences-effect-sizes-learning-achievement/ Luettu: 14.2.2016.

Hattie J, Masters D, & Birch K (2015). *Visible Learning into Action*. International Case Studies of Impact Routledge.

Hautamäki J (2010). Minne vaihtelu menee? Oppilaiden, luokkien ja koulujen väliset erot oppimistuloksissa. Teoksessa M Rimpelä & V Bernelius, *Peruskoulujen oppimistulokset ja oppilaiden hyvinvointi eriytyvällä Helsingin seudulla. MetrOP-tutkimus 2010–2013. Mitä tiedettiin tutkimuksen käynnistyttyä keväällä 2010*. Geotieteiden ja maantieteen laitoksen julkaisuja B. Helsinki: Yliopistopaino. ss. 49–54. Osoitteessa https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/17076/MetrOP-raportti_1_verkkoversio.pdf.

Hautamäki J, Harjunen E, Hautamäki A, Karjalainen T, Kupiainen T, Laaksonen S, Lavonen J, Pehkonen S, Rantanen P, Scheinin P, Halinen I & Jakku-Sihvonen R (2008). *PISA06 Finland. Analyses, Reflections, Explaanations.* Ministry of Education. Publications 2008:44.

Hautamäki J & Kuusela J (2005). Mitataan oppilaita, mutta päätellään koulusta. Teoksessa HK Lyytinen & A Räisänen (toim.), *Kehittämissuuntaa arvioinnista*. Koulutuksen arviointineuvoston julkaisuja 6. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino. ss. 229–242.

Hellgren J (2011). *Modersmål och Litteratur I Årkurs 9. En utvärdering av inlärningsresultat i modersmål och litteratur i årskurs 9 våren 2010*. Uppföljningsrapporter 2011:1. Utbildningsstyrelsen. Tammerfors: Juvenes Print – Tampereen Yliopistopaino Oy.

Hidi S, & Renninger KA (2006). The four-phase model of interest development. *Educational Psychologist, 41*(2), 111–127.

Hildén R & Rautopuro J (2014). *Ruotsin kielen A-oppimäärän oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2014:1. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Hirvonen, K. (2012). *Onko laskutaito laskussa? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2011*. Opetushallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2012:4. Tampere: Juvenes Print – Tampereen Yliopistopaino Oy.

Hirvonen K & Rautopuro J (2013). Arvioinnin tuloksia. Teoksessa J Rautopuro (toim.), *Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 33–54.

Hox JJ (1995). *Applied Multilevel Analysis*. Amsterdam: TT-Publikaties. Osoitteessa www.geocities.com/joophox/publist/amaboek.pdf.

Hox JJ & Maas CJM (2001). The accuracy of multilevel structural equation modeling with pseudobalanced groups and small samples. *Structural Equation Modeling,* 8, 157–174.

Huisman T (2006). *Luen, kirjoitan ja ratkaisen. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkielessä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa*. Oppimistulosten arviointi 7/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Huisman T & Silverström C (2006). *Läsa, skriva, räkna*. Utvärdering av inlärningsresultat 8/2006. Utbildningsstyrelsen. Helsinki: Yliopistopaino.

Hunt J (2012). *Why do women leave science and engineering?* IZA Discussion paper No. 6885. Osoitteessa http://ftp.iza.org/dp6885.pdf. Luettu 16.1.2017.

Häkkinen I, Kirjavainen T & Uusitalo R (2003). School resources and student achievement revisited: new evidence from panel data. *Economics of Education Review*, 22(3), 329—335.

Härmälä M & Huhtanen M (2014). *Ranskan kielen A- ja B-oppimäärän oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2014:3. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Härmälä M, Huhtanen M & Puukko M (2014). *Englannin kielen A-oppimäärän oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2014:2. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Jakku-Sihvonen R & Kuusela J (2002). *Mahdollisuuksien koulutuspolitiikan tasa-arvo*. Arviointi 7/2002. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

James J (2013). The Surprising Impact of High School Math on Job Market Outcomes. *Economic Commentary,* 2013–14. Nov. 1, 2013. Osoitteessa https://www.clevelandfed.org/newsroom-and-events/publications/economic-commentary/2013-economic-commentaries/ec-201314-the-surprising-impact-of-high-school-math-on-job-market-outcomes.aspx. Luettu 16.1.2017.

Julin S & Rautopuro J (2016). *Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla 2015*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 20:2016. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Jäntti M, Kirjavainen T & Loikkanen H (2000). Suomalainen koulutus taloustieteen näkökulmasta: koulutuksen tehokkuus, tuotto ja rooli sukupolvien välisessä taloudellisessa liikkuvuudessa. Teoksessa R Raivola (toim.), *Vaikuttavuutta koulutukseen. Suomen akatemian koulutuksen vaikuttavuusohjelman tutkimuksia*. Suomen Akatemian julkaisuja 2/00. Helsinki: Edita. ss. 267—300.

Kansanen, P. (2003). Teacher education on Finland: current models and new developments. Teoksessa M Moon, L Vlãsceanu, & C Barrows (toim.), *Institutional Approaches to teacher Education Within Higher Education in Europe: Current Models and New Developments*. Bucharest: Unesco-Cepes, ss. 85—108.

Kirjavainen T (2007). *Nuorten lukiokoulutuksen tehokkuus 2000–2004*. Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Tutkimuksia 131. Helsinki: Oy Nord Print Ab.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1993). *Lukioiden tehokkuuseroista*. Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Tutkimuksia 16. Helsinki: J-Paino Ky.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1995a). *School Resources and Student Achievement – evidence from Finnish Senior Secondary Schools.* Valtion taloudellinen tutkimuskeskus, Keskustelualoitteita 91. Helsinki.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1995b). School Resources and Student Achievement in Senior Secondary Schools. *Kunnallistieteellinen aikakauskirja*, 22, 348–367.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1998). Efficiency Differences of Finnish Senior Secondary Schools: An Application of DEA and Tobit Analysis. *Economics of Education Review,* 17(4), 377–394.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1999). Mikä selittää koulujen kustannus- ja tehokkuuseroja. Teoksessa R Hjerppe, S Ilmakunnas ja IB Voipio (toim.), *Hyvinvointivaltio 2000-luvun kynnyksellä.* VATT vuosikirja 1999. Helsinki: Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. ss. 117—139.

Kivinen O & Rinne R (1995). *Koulutuksen periytyvyys: nuorten koulutus ja tasa-arvo Suomessa*. Koulutus 1995:4. Helsinki: Tilastokeskus.

Korkeakoski E (2001). *Perusopetuksen äidinkielen oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla keväällä 2000.* Oppimistulosten arviointi 1/2001. Opetushallitus.

Kortelainen M, Pursiainen H & Pääkkönen J (2014). *Lukioiden erot ja paremmuusjärjestys*. VATT Tutkimukset 179. Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Kreft IGG (1996). *Are multi-level techniques necessary? An overview, including simulation studies*. California State University, Los Angeles.

Krieger N, Williams DR & Moss HW (1997). Measuring social class in US public health research: concepts, methodologies, and guidelines. *Annual Review of Public Health,* 18, 341–78.

Kuukka K & Metsämuuronen J (2016). *Perusopetuksen päättövaiheen suomi toisena kielenä (S2)-oppimäärän oppimistulosten arviointi 2015*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2016:13. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Kuusela J (2006). *Temaattisia näkökulmia perusopetuksen tasa-arvoon*. Oppimistulosten arviointi 6/2006. Opetushallitus. Osoitteessa https://karvi.fi/app/uploads/2014/09/OPH_0806.pdf. Luettu 16.1.2017.

Kuusela J (2010). Oppilaiden sosioekonomisen tausta yhteys koulumenestykseen koulutasolla. Teoksessa M Rimpelä & V Bernelius, *Peruskoulujen oppimistulokset ja oppilaiden hyvinvointi eriytyvällä Helsingin seudulla. MetrOP-tutkimus 2010–2013. Mitä tiedettiin tutkimuksen käynnistyttyä keväällä 2010*. Geotieteiden ja maantieteen laitoksen julkaisuja B. Helsinki: Yliopistopaino. ss. 44–48. Osoitteessa https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/17076/MetrOP-raportti_1_verkkoversio.pdf.

Kuusela J (2011). Julkaisematon muistio koulujen eriytymiskehityksestä. Opetushallitus 8.11.2011.

Kärnä P, Hakonen R & Kuusela J (2012). *Luonnontieteellinen osaaminen perusopetuksen 9. luokalla 2011*. Koulutuksen seurantaraportit 2012:2. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Tampereen yliopistopaino Oy.

Lappalainen H–P (2003). *Osaat lukea – miten osaat kirjoittaa? Perusopetuksen 6. luokan suorittaneiden äidinkielen ja kirjallisuuden oppimistulosten arviointi 2002*. Oppimistulosten arviointi 4/2003. Opetushallitus. Yliopistopaino: Helsinki.

Lappalainen H–P (2006). *Ei taito taakkana ole. Perusopetuksen äidinkielen ja kirjallisuuden oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla*. Oppimistulosten arviointi 1/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Laukkanen R (2008). Finnish Strategy for High-Level Education for All. Teoksessa NC Soguel & P Jaccard (toim.), *Governance and Performance of Educational Systems.* Springer. ss. 305–324.

Lavonen J & Laaksonen S (2009). Context of Teaching and Learning School Science in Finland: Reflections on PISA 2006 Results. *Journal of Research in Science Teaching,* 46(8), 922–944.

Lehtonen S (2007). *Suomalaisten lukioiden tehokkuus – DEA yksilötason aineistolla*. VATT-keskustelunaloitteita 437. Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Helsinki: Oy Nord Print Ab.

Linacre JM (2003). What is Item Response Theory, IRT? A tentative taxonomy. *Rasch Measurement Transactions*, 17(2), 926–927.

Linn RL (1981). Measuring pretest-posttest performance changes. Teoksessa R Berk (toim.), *Educational evaluation methodology: The state of the art*. Maltimore, MD: John Hopkins University press. ss. 84–109.

Linn RL & Slinde JA (1977). The determination of the significance of change between pre and posttesting periods. *Review of Educational Research,* 47, 121–150.

Linnansaari J, Viljaranta J, Lavonen J, Schneider B, & Salmela-Aro K (2015). Finnish Students' Engagement in Science Lessons. *NorDiNa: Nordic Studies in Science Education*, 11(2), 192–206. Retrieved from https://www.journals.uio.no/index.php/nordina/article/view/2047

Lord FM & Novick MR (1968). *Statistical theories of Mental test Scores.* Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Company.

Maas CJM & Hox JJ (2005). Sufficient sample sizes for Multilevel Modeling. *Methodology,* 1(3), 86–92.

Malin A, Sulkunen S, & Laine K (2013). PIAAC 2012. Kansainvälisen aikuistutkimuksen ensituloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2013:19. Opetus- ja kulttuuriministeriö, Aikuiskoulutuspolitiikan yksikkö.

Mattila L (2002). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 9. vuosiluokalla 2002*. Oppimistulosten arviointi 8/2002. Opetushallitus. Osoitteessa https://karvi.fi/app/uploads/2014/09/OPH_1002.pdf. Luettu 16.1.2017.

Mattila L & Rautopuro J (2013). Koulukohtaisia tuloksia. Teoksessa J Rautopuro (toim.), *Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 55–64.

Metsämuuronen J (2006a). *Äidinkieli ja kirjallisuus -oppiaineen oppimistulosten ja asenteiden muuttuminen perusopetuksen ylempien luokkien aikana*. Oppimistulosten arviointi 3/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2006b). *Förändringar i kunskapnivån i ämnet modersmål och litteratur under de högre årskurserna i den grundläggande utbildningen*. Utvärdering av inlärningsresultat 4/2006. Utbildningsstyrelsen. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2006c). *Oppimistulosten ja asenteiden muuttuminen perusopetuksen ylempien vuosiluokkien aikana. Kahden oppiaineen (Äidinkielen ja kirjallisuuden sekä Modersmål och litteraturin) näkökulma*. Oppimistulosten arviointi 5/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2007). Kokonaistuottavuuden muutos perusopetuksen ylempien luokkien aikana. *VATT vuosikirja 2007*. ss. 245–262.

Metsämuuronen J (2008). *Monitasomallituksen perusteet*. Metodologia-sarja 11. International Methelp Ky. Jyväskylä: Gummeruksen kirjapaino Oy.

Metsämuuronen J (2009a). *Metodit arvioinnin apuna. Oppimistulosarviointien ja -seurantojen menetelmälliset ratkaisut Opetushallituksessa*. Oppimistulosten arviointi 1/2009. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2009b). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä*. 4. laitos. International Methelp Oy. Jyväskylä: Gummeruksen kirjapaino Oy.

Metsämuuronen J (2010a). Pitkittäisaineistoon liittyviä menetelmäratkaisuja. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss. 71–92.

Metsämuuronen J (2010b). Osaamisen ja asenteiden muutos perusopetuksen 3. – 5. luokilla. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino. ss. 93–136.

Metsämuuronen J (2012). Challenges of the Fennema-Sherman Test in the International Comparisons. *International Journal of Psychological Studies*, 4(3) September, 1–22. http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ijps/article/view/16904/12480

Metsämuuronen J (2013a). Pitkittäisaineistoon liittyviä menetelmäratkaisuja. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 31–64.

Metsämuuronen J (2013b). Matemaattisen osaamisen muutos perusopetuksen luokilla 3–9. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 65–172.

Metsämuuronen J (toim.) (2013c) *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Metsämuuronen J (2017). *Oppia ikä kaikki – Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopulla 2015*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 1:2017. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Metsämuuronen J & Kafle BR (toim) (2013). *Where Are We Now? Student achievement in Mathematics, Nepali and Social Studies in 2011*. Ministry of Education, Kathmandu, Nepal.

Metsämuuronen J, Kuosa T & Laukkanen R (2013). Sustainable leadership and future-oriented decision making in the educational governance – A Finnish case. *International Journal of Educational Management*, 27(4). http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=17083274.

Metsämuuronen J & Salonen V (2017). *Matematiikan osaamisen piirteitä ammatillisessa koulutuksessa 2015 ja pitkän ajan muutoksia*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2:2017. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Metsämuuronen J & Silverström C (2013). Förändringar I matematikkunskaperna under årkurserna 3–9 i svenskspråkiga skolor. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 297–334.

Metsämuuronen J & Silverström C (2017). Finlandssvenska studerandes matematikkunskaper pä andra stadiet. Luku 5 teoksessa J Metsämuuronen, *Oppia ikä kaikki – Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopulla 2015*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 1:2017. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Metsämuuronen J & Tuohilampi L (2014). Changes in Achievement in and Attitude toward Mathematics of the Finnish Children from Grade 0 to 9—A Longitudinal Study. *Journal of Educational and Developmental Psychology*, 4(2), 145–169. http://dx.doi.org/10.5539/jedp.v4n2p145.

Monks CP, Robinson S & Worlidge P (2012). The Emergence of Cyberbullying: A Survey of Primary School Pupils' Perceptions and Experiences. *School Psychology International*, 33(5), 477–491.

Myrskylä P (2009). Koulutus periytyy edelleen. *Hyvinvointikatsaus* 1/2009. Saatavilla osoitteessa http://www.stat.fi/artikkelit/2009/art_2009-03-16_002.html?s=0.

Niederle M, Segal C, & Vesterlund L (2012). How Costly is Diversity? Affirmative Action in Light of Gender Differences in Competitiveness. *Management Science*, 59(1), 1–16. http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.1120.1602. Osoitteessa https://pdfs.semanticscholar.org/d2ec/45dd15b27827f718bd62a8bb58e82d3c6509.pdf. Luettu 16.1.2017.

Niederle M, & Vesterlund L (2007). Do Women Shy Away from Competition? Do Men Compete Too Much? *Quarterly Journal of Economics,* 122(3), 1067–1101. doi: 10.1162/qjec.122.3.1067. Osoitteessa http://web.stanford.edu/~niederle/Niederle.Vesterlund.QJE.2007.pdf. Luettu 16.1.2017.

Niederle M, & Vesterlund L (2010). Explaining the Gender Gap in Math Test Scores: The Role of Competition. *Journal of Economic Perspectives,* 24(2), 129–144. DOI: 10.1257/jep.24.2.129. Osoitteessa https://pdfs.semanticscholar.org/27cf/a31fe7ffe033117118ca291e8a7ef523d383.pdf. Luettu 16.1.2017.

Niemi EK (2010). Perusopetuksen 6. luokan alun matematiikan oppimistulosten arviointi 2008. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss. 17–70.

Niemi EK & Metsämuuronen J (toim.) (2010). *Miten matematiikan taidot kehittyvät. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Niemi H (2010). Teachers as high level professionals – What does it mean in teacher education? Perspectives from the Finnish teacher education. Teoksessa KG Karras & CC Wolhuter (toim.), *International Handbook of Teacher Education: Issues and Challenges* (Vol. l & ll). Athens Greece: Atrapos. ss. 237–254

Niemi H (2011). Educating student teachers to become high quality professionals – A Finnish case. *Center for Educational Policy Studies Journal*, 1(1), 43–66.

Niemi H (2012). The Societal Factors Contributing to Education and Schooling in Finland. Teoksessa H Niemi, A Toom & A Kallioniemi (toim.), *The Miracle of Education: The Principles and Practices of Teaching and Learning in Finnish Schools*, Rotterdam: Sense Publishers. ss. 19–38.

Niemi H & Jakku-Sihvonen R (2006). Research-based teacher education in Finland. In R Jakku-Sihvonen & H Niemi (toim.), *Research-Based Teacher Education in Finland – Reflections by Finnish Teacher Educators* (pp. 31–51). Turku: Finnish Educational Research Association.

Niemi H & Jakku-Sihvonen R (2011). Teacher education in Finland. Teoksessa M Valenčič Zuljan & J Vogrinc (toim.), *European Dimensions of Teacher Education: Similarities and Differences*. Slovenia: University of Ljubljana & The National School of Leadership in Education. (ss. 33–51)

Niemi H, Toom A & Kallioniemi A (toim.) (2012) *The Miracle of Education: The Principles and Practices of Teaching and Learning in Finnish Schools*, Rotterdam: Sense Publishers.

Nurmilaakso M & Välimäki A-L (2011). Saatteeksi. Teoksessa M Nurmilaakso & A-L Välimäki (toim), *Lapsi ja kieli. Kielellinen kehittyminen varhaiskasvatuksessa*. Terveyden ja hyvinvoinnin laitos. Opas 13. Helsinki: Unigrafia Oy – Yliopistopaino. ss. 5–8.

OECD (2001). *Knowledge and Skills for Life. First results from PISA 2000*. Paris: OECD. Osoitteessa https://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33691620.pdf. Luettu 16.1.2017.

OECD (2003a). *PISA Student Questionnaire*. Retrieved from http://pisa2003.acer.edu.au/downloads.php.

OECD (2003b). *Education at a Glance*. OECD Indicators 2003. OECD: Paris.

OECD (2005). *Equity in Education*. Thematic review. Finland, Country note. Osoitteessa http://www.oecd.org/dataoecd/49/40/36376641.pdf. Luettu 16.1.2017.

OECD (2006). *PISA Student Questionnaire*. Retrieved from http://pisa2006.acer.edu.au/downloads.php.

OECD (2007). *PISA 2006 results*. Retrieved from http://www.pisa.oecd.org/document/2/0,3343,en_32252351_32236191_39718850_1_1_1_1,00.html#ES

OECD (2010a). *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do: Student Performance in Reading, Mathematics and Science* (Vol. I). Paris: OECD.

OECD (2010b). *Finland: Slow and Steady Reform for Consistently High Results*. Retrieved from www.oecd.org/dataoecd/34/44/46581035.pdf

OPH (2003). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2003. Nuorille tarkoitetun lukiokoulutuksen opetussuunnitelman perusteet*. Määräys 33/011/2003. Opetushallitus. Vammala: Vammalan Kirjapaino Oy.

OPH (2004). P*erusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004*. Opetushallitus. Vammala: Vammalan kirjapaino Oy.

OPH (2015). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015*. Määräykset ja ohjeet 2015:48. Opetushallitus. Helsinki: Next Print Oy.

OPH (2016). Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet 2016. Määräykset ja ohjeet 2016:17. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Ouakrim-Soivio N (2013). *Toimivatko päättöarvioinnin kriteerit? Oppilaiden saamat arvosanat ja Opetushallituksen oppimistulosten seuranta-arviot koulujen välisten osaamiserojen mittareina*. Raportit ja selvitykset 2013:9. Helsinki: Opetushallitus.

Ouakrim-Soivio N & Kuusela J (2012). *Historian ja yhteiskuntaopin oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2011*. Koulutuksen seurantaraportit 2012:3. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Tampereen yliopistopaino Oy.

Ouakrim-Soivio N, Rinkinen A & Karjalainen T (toim.) (2015). *Tulevaisuuden peruskoulu*. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2015:8.

Pekrun R (2006). The Control-Value Theory of Achievement Emotions: Assumptions, Corollaries, and Implications for Educational Research and Practice. *Educational Psychology Review, 18*, 315–341. DOI: 10.1007/s10648-006-9029-9.

Pierce, CA, Block, RA, & Aguinis, H. (2004). Cautionary note on reporting eta-squared values from multifactor ANOVA designs. *Educational and Psychological Measurement*, 64(6), 916–924.

Pääkkönen J (2013). Sukupuolten väliset erot matematiikan ja luonnontieteiden osaamisessa lukiossa. *Yhteiskuntapolitiikka,* 78(4), 447–456. Osoitteessa https://www.julkari.fi/bitstream/handle/10024/110780/paakkonen.pdf?sequence=1. Luettu 16.1.2017.

Raivola R (2006). How far can we learn anything practical from the study of foreign systems of education? Finland and the PISA model. *Comparative and International Educational Review,* 6, 11–23.

Rasch G (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests.* Danmarks Pædagogishe Institut. Studies in Mathematic Psychology I. Copenhagen: Nielsen & Lydiche.

Raudenbush SW & Bryk AS (2002). *Hierarchical Linear Models: Application and Data Analysis Methods.* 2nd edition. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series. Thousands Oaks: Sage Publications.

Rautopuro J (toim.) (2013). *Hyödyllinen Pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Reeve BB (2002). *An Introduction to Modern Measurement Theory*. USA: National Cancer Inst.

Reinikainen P (2012). Amazing PISA results in Finnish comprehensive schools. Teoksessa H Niemi, A Toom & A Kallioniemi (toim.), *The Miracle of Education: The Principles and Practices of Teaching and Learning in Finnish Schools*, Rotterdam: Sense Publishers. 3–18.

Rogosa D, Brandt D & Zimowski M (1982). A growth curve approach to measurement of change. *Psychological Bulletin*, 92, 726—748.

Ruohola S (2012). *Äidiltä tyttärelle. Koulutuskulttuurisia siirtymiä neljässä sukupolvessa*. Turun yliopiston julkaisuja C 342.

Räsänen P & Närhi V (2013). Heikkojen oppijoiden koulupolku. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Matematiikan oppimistulosten pitkittäisseuranta vuosina 2005—2012.* Koulutuksen seurantaraportti 2013:xx. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss 173–230.

Räsänen P, Närhi V & Aunio P (2010). Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008.* Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss. 165–204.

Saglam Y, Karaaslan EH, & Ayas A (2010). The impact of contextual factors on the use of students' conceptions. *International Journal of Science and Mathematics Education, 9*(6), 1391–1413. doi:10.1007/s10763-010-9269-5.

Sahlberg P (2006). Education Reform for Raising Economic Competitiveness. *Journal of Educational Change,* 7(4), 259–287.

Sahlberg P (2007). Education policies for raising student learning: the Finnish approach. *Journal of Education Policy,* 22(2), 147–171.

Sahlberg P (2011a). The Professional Educator: Lessons from Finland. *American Educator,* 35(2), 34–38.

Sahlberg P (2011b). Lessons from Finland: Where the Country's Education System Rose to the Top in Just a Couple Decades. *Education Digest*, 77(3), 18–24.

Salmela-Aro K, & Upadyaya K (2014). Developmental trajectories of school burnout: Evidence from two longitudinal studies. *Learning and Individual Differences, 36*, 60–68.

Schleicher A (2006). *The economics of knowledge: Why education is key for Europe's success*. The Lisbon Council. Policy Brief. Osoitteessa: http://www.oecd.org/dataoecd/43/11/36278531.pdf.

Schleicher A (2011). Is the Sky the Limit to Education Improvement? *Phi Delta Kappan,* 93(2), 58–63.

Schumacker RE (2005). *Classical test analysis*. Osoitteessa: http://www.appliedmeasurementassociates.com/White%20Papers/CLASSICAL%20TEST%20ANALYSIS.pdf

SCP (2004). *Public sector Performance.* SCP-publication 2004/8. Social and Cultural Planning Office. The Hague.

Simola H (2005). The Finnish Miracle of PISA: Historical and Sociological Remarks on Teaching and Teacher Education. *Comparative Education,* 41(4), 455–470.

Silverstöm, Chris (2002) *Utvärdering av inlärningsresultat i modersmål och litteratur i åk 9 våren 2001.* Utvärdering av inlärningsresultat 4/2002, Utbildningsstyrelsen. Helsingfors: Yliopistopaino.

Steinke, J. (2005). Cultural representations of gender and science. *Science Communication*, 27(1), 27–63. http://dx.doi.org/10.1177/1075547005278610.

Sulkunen S, Välijärvi J, Arffman I, Harju-Luukkainen H, Kupari P, Nissinen K, Puhakka E & Reinikainen P (2010). *PISA 2009 ensituloksia.* Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö. Osoitteessa http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2010/liitteet/okm21.pdf. Luettu 16.1.2017.

Sulkunen S & Välijärvi J (2012). *Kestääkö osaamisen pohja?* Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2012:12. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö. Osoitteessa http://www.minedu.fi/OPM/Julkaisut/2012/PISA09.html. Luettu 16.1.2017.

Summanen A-M (2014). *Terveystiedon oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013.* Koulutuksen seurantaraportit 2014:1. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Suominen E (2013). *Korkeakoulutus periytyy – mitä voidaan tehdä?* Tulevaisuuden yliopisto 21.10.2013. Osoitteessa: http://tulevaisuudenyliopisto.fi/post/64670610356/korkeakoulutus-periytyy-mit%C3%A4-voidaan-tehd%C3%A4.

Sutherland D, Price R, Joumard I, & Nicq C (2007). *Performance Indicators for Public Spending Efficiency in Primary and Secondary Education.* OECD Economics Department Working Papers 546.

Sutter M & Glätzle-Rützer D (2014). Gender Differences in the Willingness to Compete emerge Early in Life and Persist. *Management Science*, 61(10), 2339–2354. http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.2014.1981.

Sutter M & Rützer D (2010). *Gender differences in competition emerge early in life*. IZA Discussion papers No. 5015. Osoitteessa https://www.uibk.ac.at/experiment/schulprojekt/index/dp5015_competition.pdf. Luettu 16.1.2017.

Tabachnick BG & Fidell LS (2006). *Using Multivariate Statistics.* 5th edition. Boston: Allyn and Bacon.

Thapaliya T & Metsämuuronen J (2013). School Effect in Learning. Teoksessa J Metsämuuronen & BR Kafle (toim.). *Where Are We Now? Student achievement in Mathematics, Nepali and Social Studies in 2011.* Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. 317–352.

Tilastokeskus (2015). Suomen virallinen tilasto (SVT): Yliopistokoulutus [verkkojulkaisu]. ISSN=1799-0599. 2014, Liitetaulukko 1. Yliopistojen opiskelijat ja tutkinnon suorittaneet koulutusasteen, -alan (opetushallinnon 1995 luokitus) ja sukupuolen mukaan 2014. Helsinki: Tilastokeskus [viitattu: 24.3.2016]. Saantitapa: http://www.stat.fi/til/yop/2014/yop_2014_2015-05-06_tau_001_fi. html

TIMSS (2003). *TIMSS Contextual Background Questionnaires*. Retrieved from http://timss.bc.edu/timss2003i/context.html.

TIMSS (2006). *Questionnaires*. Retrieved from http://nces.ed.gov/timss/questionnaire.asp.

TIMSS (2009). Williams T, Ferraro D, Roey S, Brenwald S, Kastberg D, Jocelyn L, Smith C & Stearns P, *TIMSS 2007 U.S. Technical Report and User Guide*. Saatavilla osoitteessa http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2009012 tai http://nces.ed.gov/pubs2009/2009012_2.pdf.

Toropainen O (2002). *Nationell utvärdering av inlärningsresultat i finska i år 9 våren 2001*. Utvärdering av inlärningsresultat 1/2002. Utbildningsstyrelsen. Osoitteessa https://karvi.fi/app/uploads/2014/09/OPH_0102.pdf. Luettu 16.1.2017.

Toropainen O (2010). *Utvärdering av läroämnet finska i den grundläggande utbildningen*. Inlärningsresultaten i finska enligt A-lärokursen och den modersmålsinriktade lärokursen i årskurs 9 våren 2009. Uppföljningsrapporter 2010:1. Utbildningsstyrelsen. Helsinki. Osoitteessa: http://www.oph.fi/publikationer/

Tuohilampi L (2016). *Deepening mathematics related affect research into social and cultural. Decline, measurement and the significance of students' multi-level affect in Finland and Chile.* A dissertation. University of Helsinki, Faculty of Behavioural Sciences, Department of Teacher of Education. Research Report 384. Helsinki: University press Unigrafia.

Tuohilampi L & Hannula MS (2011). High expectations, low confidence – discrepancy in self-image as a reason for displeasure in mathematics. Teoksessa B. Ubuz (toim.) *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Osa 1. s. 406. Ankara, Turkki: PME.

Tuohilampi L & Hannula MS (2013). Matematiikkaan liittyvien asenteiden kehitys sekä asenteiden ja osaamisen välinen vuorovaikutus 3., 6. ja 9. luokalla. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 231–252.

Venäläinen S (2015). *Arjen tiedot ja taidot hyvinvoinnin perustana. Kotitalouden oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2014.* Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2015:5. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Verhelst NG, Glas CAW & Verstralen HHFM (1995). *One-Parameter Logistic Model OPLM*. Arnhem: Cito.

Välijärvi J (2004). The System and How Does it Work – some Curricular and Pedagogical Characteristics of the Finnish Comprehensive Schools. *Educational Journal,* 31(2) & 32(1), 31–55.

Välijärvi J, Kupari P, Linnakylä P, Reinikainen P, Sulkunen S, Törnroos J, & Arffman I (2007). *The Finnish success in PISA – And some reasons behind it. PISA 2003*. Jyväskylä: University of Jyväskylä.

Wherry RJ Sr. (1931). A new formula for predicting the shrinkage of the coefficient of multiple correlation. *Annals of Mathematical Statistics,* 2, 440–457.

Wozniak D, Harbaugh WT, & Mayr U (2010). *Choices about Competition: Differences by Gender and Hormonal Fluctuations, and the Role of Relative Performance Feedback. Social Science Research Network* (SSRN). http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1564895. Osoitteessa https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1564895. Luettu 16.1.2017.

Wozniak D, Harbaugh WT, & Mayr U (2011). *The Menstrual Cycle and Performance Feedback Alter gender Differences in Competitive Choices.* MPRA paper No. 31374. Osoitteessa https://mpra.ub.uni-muenchen.de/31374/2/MPRA_paper_31374.pdf. Luettu 16.1.2017.

Wright BD (1968). Sample-free test calibration and person measurement. *Proceedings of the 1967 Invitational Conference of Testing Problems*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Ylioppilastutkintolautakunta (2015). Ilmoittautuneet eri kokeisiin tutkintokerroittain 2006–2015. Ylioppilastutkintolautakunta 13.01.2015 http://www.ylioppilastutkinto.fi/fi/tilastot T2010 [S2015A2006T2010]

Liitteet

Liite 1. Metodisia erityiskysymyksiä

1.1 Vertaistamiseen liittyviä erityiskysymyksiä

Eri vuosien kokeiden ja saman mittauskerran eri testiversioiden pistemäärät on saatettava yhteismitalliseksi, ennen kuin vertailua on mielekästä tehdä. Tätä kutsutaan vertaistamiseksi (engl. *equating*, ks. Béguin, 2000). Sopivasti valittujen, eri mittauskerroille tai mittariversioille yhteisten linkkitehtävien avulla voidaan kokeiden pistemäärät saattaa vertailukelpoisiksi – vuoden 2015 kokeessa yhteisiä osioita aiempaan 9. luokan kokeeseen oli 75 prosenttia. Vertaistamisessa käytettiin hyödyksi *Item Response Theory* (IRT) -mallitusta ja tarkemmin Raschin mallitusta (Rasch 1960; Lord & Novick 1968), jossa ei olla kiinnostuneita hyödyntämään osioiden erottelukykyä osioiden kalibroinnissa. Vertaistamisen metodi on sama kuin aiemmissa pitkittäisvertailuissa (Metsämuuronen 2006a; 2006b; 2006c; 2010a; 2013a) ja esimerkiksi kansainvälisissä PISA- (OECD, 2003b; 2007; 2010a; 2010b; Hautamäki ym., 2008) ja TIMSS-tutkimuksissa (ks. esimerkiksi TIMSS, 2009).

Eri mittariversiot muunnetaan samaskaalaisiksi hyödyntämällä sitä IRT:n ominaisuutta, että oppilaiden taustalla oleva (latentti) osaamistaso (Theta, θ) ja tehtävän vaikeustaso (Beta, β) ovat identtiset, kun tietyt ehdot täyttyvät (Wright, 1968, ks. myös Metsämuuronen, 2009b, 163–165). Kun tiedetään, kuinka vaikeaan (β) tehtävään testattava pystyy antamaan oikean vastauksen (50 %:n todennäköisyydellä), tiedetään samalla mikä on vastaajan osaamistaso (θ). Kun toisaalta summapistemäärän perusteella tiedetään vastaajan osaamistaso (θ), tiedetään, minkä tasoisiin tehtäviin (β) hän pystyy vastaamaan todennäköisesti oikein.

Kun määritetään, mitkä tehtävistä eri versioissa ovat identtisiä (ns. ankkuri- tai linkkitehtäviä), saadaan selville, kuinka vaikeita muut osiot eri versioissa ovat linkkitehtäviin nähden. Tästä puolestaan selviää se, kuinka paljon osaamista kussakin mittariversiossa tarvitaan, että osiot voidaan ratkaista. Tästä taas selviää se, kuinka paljon osaamista tarvitaan kunkin pistemäärän saavuttamiseen koko kokeessa ja osamittareissa; eri vuosien mittausten (tai versioiden) Theta-arvot ovat vertailukelpoisia. Kun saadaan selville, kuinka paljon osaamista tarvitaan kunkin pistemäärän saavuttamiseksi eri kokeissa, pistemäärät voidaan muuttaa vastaamaan toisiaan. Itse laskenta tehtiin yksiparametrisesti OPLM-ohjelmistolla (Verhelst, Glas & Verstralen 1995). Yksiparametrisuus tarkoittaa, että vain tehtävien vaikeustasot kalibroidaan samalle asteikolle.

Eri vuosien aineistojen vertaistaminen voidaan tehdä usealla tavalla riippuen ensiksi siitä, mikä aineistoista valitaan perustasoksi ja toiseksi siitä, kuinka osioiden vaikeustasot kiinnitetään. Molemmissa tapauksissa vuosiluokkien väliset erot pysyvät samoina; kyse on enemmänkin siitä, kuka käsitetään aineiston ”keskitasoiseksi” oppilaaksi. Nyt vertaistus on tehty siten, että aiempaa 9. luokan koetta pidetään perustasona. Tämä on perusteltua siksi, että 9. luokan lopun tulos edustaa eräänlaista perusopetuksen päämäärää; perusopetuksen alempien luokkien tulokset kuvaavat sitä, kuinka kaukana päämäärästä ollaan ja toisen asteen koulutuksen tulokset puolestaan kuvaavat sitä, kuinka paljon osaaminen on lisääntynyt tai vähentynyt kolmen vuoden aikana. Näin siis 9. luokan ”keskitasoinen” oppilas on se, johon muita oppilaita verrataan. Teknisesti asia tarkoittaa sitä, että ensimmäisessä vaiheessa osioiden vaikeustasot etsitään vapaasti estimoituen 9. luokan aineistossa (*free parameters*). Toisessa vaiheessa nämä estimoidut parametriarvot kiinnitetään (*fixed parameters*) ja analyysia jatketaan lisäämällä analyysiin toisen asteen aineistot. Kolmannessa vaiheessa myös vuoden 2015 aineistojen parametrit kiinnitetään; näin myös pienemmille osa-alueille saadaan vakaat ennusteet. Vertaistamisen myötä syntyneitä pisteitä, tunnusarvoja ja niiden muuntamista helpommin ymmärrettävämmäksi asteikoksi pohditaan tarkemmin luvussa 2.4.

Eri vuosien mittausten vertaistamisen onnistuminen perustuu kolmeen tekijään. (1) Kuinka hyvin aineistoja yhdistävät linkkitehtävät kuvaavat aineistossa vastaajien osaamistasoa. Mikäli linkkitehtävät ovat liian vaikeita tai liian helppoja, tämä saa aikaan epävakaita arvoja kalibrointiin – pienetkin muutokset aineistoissa olisivat tuottaneet suuria muutoksia lopputulokseen. Kaikkiaan vaikeustason osalta linkkiosiot ovat sopivia analyysiin ja osioiden vaikeustasot ovat vakaita, sillä valtaosa niistä on jo ”esitestattu” 9. luokan aineiston perusteella. (2) Kuinka hyvin linkkitehtävät edustavat matematiikan eri sisältöalueita. 78 % tehtävistä oli samoja kuin 9. luokan kokeessa, ja osiot kattavat kaikki 9. luokilla opeteltaviksi edellytetyt matematiikan osa-alueet. Luvut- ja laskutoimitukset sekä Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueilta tehtäviä on kaikkiaan niukasti; tarkimmillaan tulokset ovat kokonaisosaamista tarkasteltaessa. (3) Kuinka hyvin kalibroinnissa mukana ollut otos edustaa populaatiota. Mitä heikommin otos vastaa perusjoukkoa, sitä harhaisempia ovat vertaistetut pistemäärät. Tässä tapauksessa suuret otoskoot ja kattavuus riittävät uskottavien perusjoukkoa koskevien arvojen saavuttamiseksi.

1.2. Osaamismuuttujien muunnokset

Pääsääntöisesti Karvin oppimistulosarvioinnissa osaamista ja osaamisen muutosta kuvataan ratkaisuprosentteina maksimipistemärästä. Tässä raportissa osaaminen esitetään kuitenkin samalla skaalalla kuin PISA- ja TIMSS-tutkimuksissa ja aiemmassa pitkittäisarvioinnissa (Metsämuuronen, 2013b). Edellä mainituissa kansainvälisissä arvioinneissa tulosten keskiarvoksi on alun perin (ensimmäisessä mittauksessa) määrittynyt 500 pistettä ja jakauman keskihajonnaksi 100, joihin kaikkien maiden arvoja verrataan. Tätä asteikkoa käytettiin aiemmissa pitkittäisanalyyseissa niin, että 9. luokan keskitasoinen oppilas saa osaamistasokseen 500.[127] Alun perin tähän

127 Itse asiassa lopullinen keskiarvo kuitenkin oli tarkalleen ottaen 509,2. Tämä johtuu siitä, että vaikka keskimääräinen tehtävä on vaikeustasoltaan 500, summapistemäärää laskettaessa aineiston jakauma – tarkemmin identtiset arvot summamuuttujassa – vaikuttavat sen, että keskiarvo ei olekaan tarkalleen 500. Tällä ei kuitenkaan ole merkitystä, sillä keskeisesti tarkallaan *muutosta* vuosien välillä eikä niinkään absoluuttisia arvoja.

ns. 10xT-asteikkoon[128] päädyttiin, koska osaamisen ero 3. luokan ja 9. luokan välillä on niin suuri, että summan erottelukyky hävisi heikoimpien oppilaiden joukossa, mikäli arvioinnissa käytettiin raakapisteitä Theta-arvon sijaan.[129]

Jokainen osasumma saa 9. luokan *kokonais*aineistossa keskiarvokseen 500; tämä on siis 9. luokan *populaation* keskimääräinen arvo. Pienimmässä aineistossa, jota pääsääntöisesti raportissa tarkastellaan, on tähän nähden tullut katoa; kaikkina vuosina tavoitettujen oppilaiden aineiston 9. luokan oppilaiden keskimääräinen arvo ei ole enää 500, vaan kertoo, kuinka kaukana pienentynyt aineisto on 9. luokan keskiarvosta. Tähän arvoon 500 verrataan tulososassa lukion pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden tuloksia.

Joissain tapauksissa käytetään indikaattoreina vertaistettuja summapistemääriä, jotka esitetään prosentteina koko kokeen tai osa-alueen vertaistetusta maksimipistemäärästä. Jos oppilaan osaaminen koko kokeessa oli 9. luokan lopussa esimerkiksi 55 prosenttia maksimipistemäärästä ja toisen asteen lopussa 65 prosenttia maksimipistemäärästä, oppilaan osaaminen lisääntyi 10 prosenttiyksikköä näiden vuosien välillä. Tekstissä tämä saatetaan merkitä +10 %. Myös asenteiden muutos kuvataan prosentteina maksimipistemäärästä: jos oppilaan kokonaisasenne oli 9. luokan lopussa 85 prosenttia maksimipistemäärästä ja toisen asteen lopussa 80 prosenttia maksimipistemäärästä, oppilaan asenteissa ilmenee 5 prosenttiyksikön suuruinen negatiivinen muutos. Tekstissä tämä saatetaan merkitä –5 %.

128 T-muunnos on yksinkertaisesti T = 50 + 10x(alkuperäinen muuttuja), jossa alun perin keskiarvoltaan 0 ja keskihajonnaltaan 1 oleva standardoitu normaalijakauma muuttuu sellaiseksi, jossa keskiarvo on 50 ja hajonta on 10. 10xT-muunnoksessa sekä keskiarvo että hajonta kerrotaan 10:llä eli keskiarvoksi tulee 500 ja hajonnaksi 100.

129 Käytännössä 3. luokan oppilaiden taso 9. luokkaan nähden on niin heikko, että noin kolmasosa (32,6 %) olisi saanut 0–4 pistettä 9. luokan kokeen asteikolla eli osaamistaso voitiin luokittaa vain viiteen ryhmään. Kun käytettiin Theta-arvoa summapistemäärän sijaan, ko. oppilaat saatiin luokiteltua 39:lle eri taitotasolle viiden sijaan. Kun osaamistasoa kuvataan Thetan avulla, kohdataan toinen haaste: Theta on normaalisti jakautunut standardipiste, jonka mieltäminen osaamisen indikaattoriksi voi olla haasteellista. Thetan avulla kuvattaessa keskimääräinen osaaminen saa arvon nolla ja tätä heikompi osaaminen saa negatiivisia arvoja ja luonnollisesti keskitasoista osaamista parempi osaaminen saa positiivisia arvoja. Erityisesti ”negatiivinen osaaminen” on usein hankala – ja ehkä leimaavaakin – hahmottaa. Niinpä standardipistemuuttuja muunnetaankin joskus toiselle, helpommin miellettäväksi asteikolle, kuten T- tai 10xT-asteikolle.

Liite 2. Lukioiden kvartiilisijoittuminen vuoden 2015 ylioppilaskirjoitusten lyhyen ja pitkän oppimäärän kokeen tulosten perusteella

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Akaan lukio	1	1	Helsingin aikuislukio	0	0
Alajärven lukio	0	2	Helsingin kielilukio	1	0
Alavuden lukio	0	3	Helsingin kuvataidelukio	2	3
Alppilan lukio	1	0	Helsingin luonnontiedelukio	2	2
Anjalankosken lukio	0	0	Helsingin medialukio	1	2
Apollon yhteiskoulu	0	0	Helsingin normaalilyseo	3	3
Arkadian yhteislyseo	2	2	Helsingin ranskalais-suomalainen koulu	3	3
Askolan lukio	1	1	Helsingin Rudolf Steiner -koulu	0	0
Aurinkorannikon suomalainen lukio	0	0	Helsingin Suomalainen Yhteiskoulu	3	3
Björneborgs svenska samskola	2	0	Helsingin Uuden yhteiskoulun lukio	0	0
Borgå Gymnasium	2	2	Helsingin yhteislyseon lukio	0	1
Brändö gymnasium	2	2	Helsingin yliopiston Viikin normaalikoulu	3	3
Eiran aikuislukio	1	0	Herttoniemen yhteiskoulun lukio	3	3
Ekenäs gymnasium	2	1	Honkajoen lukio	1	0
Elimäen lukio	1	1	Hyrylän lukio	1	2
Elisenvaaran lukio	2	3	Hyvinkään Sveitsin lukio	0	0
Englantilainen koulu	2	2	Hyvinkään yhteiskoulun lukio	3	3
Enontekiön Erälukio	-	3	Hyvinkään yhteiskoulun lukion aikuislinja	2	1
Erkko-lukio	2	1	Hämeenlinnan lyseon lukio	1	1
Espoon aikuislukio	0	1	Hämeenlinnan lyseon lukion aikuislinja	0	0
Espoon yhteislyseon lukio	0	0	Härmän lukio	0	0
Espoonlahden lukio	2	1	Iin lukio	1	0
Etelä-Tapiolan lukio	3	3	Iisalmen aikuislukio	0	3
Etu-Töölön lukio	1	0	Iisalmen lyseo	2	3
Eurajoen lukio	1	0	Iitin lukio	0	1
Euran lukio	3	2	Ikaalisten yhteiskoulun lukio	1	3
Evijärven lukio	0	2	Ilmajoen lukio	3	2
F.E. Sillanpään lukio	2	3	Ilomantsin lukio	3	3
Forssan yhteislyseo	2	1	Imatran yhteislukio	1	1
Forssan yhteislyseo/aikuisopetus	0	0	Itä-Hämeen opisto	0	-
Gymnasiet Grankulla samskola	3	1	Itä-Suomen suomalais-venäläisen koulun lukio	0	2
Gymnasiet i Petalax	0	2	Ivalon lukio	0	1
Gymnasiet Lärkan	3	3	Jakobstads gymnasium	2	1
Gymnasiet Svenska normallyceum	1	1	Jalasjärven lukio	2	2
Haapajärven lukio	2	2	Janakkalan lukio	2	2

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Haapaveden lukio	2	2	Joensuun lyseon lukio	2	2
Halikon lukio	3	1	Joensuun lyseon lukion aikuislinja	1	0
Haminan lukio	2	0	Joensuun Niinivaaran lukio	2	2
Hangö gymnasium	3	0	Joensuun normaalikoulu	3	3
Hankasalmen lukio	3	3	Joensuun yhteiskoulun lukio	1	1
Hankoniemen lukio	0	0	Jokelan lukio	1	0
Harjavallan lukio	0	1	Joroisten lukio	0	0
Hatanpään lukio	2	2	Joutsan lukio	2	1
Haukilahden lukio	3	2	Juankosken lukio	2	3
Haukiputaan lukio	1	1	Jurvan lukio	3	2
Hausjärven lukio	2	3	Juuan lukio	1	1
Heinolan lukio	1	2	Juvan lukio	2	3
Heinäveden lukio	0	3	Jyväskylän aikuislukio	0	0
Helsinge gymnasium	0	2	Jyväskylän Lyseon lukio	1	0
Jyväskylän normaalikoulu	3	2	Kiuruveden lukio	1	1
Jämsän lukio	2	2	Kiviniityn lukio	1	1
Jämsänkosken lukio	0	1	Klaukkalan aikuislukio	0	-
Järvenpään lukio	3	3	Kokemäen lukio	0	0
Järvenpään lukion aikuislinja	0	1	Kokkolan aikuislukio	1	1
Kaarinan lukio	1	2	Kokkolan yhteislyseon lukio	1	2
Kaarinan lukion aikuislinja	2	0	Kolarin lukio	0	0
Kaitaan lukio	0	0	Konneveden lukio	0	2
Kajaanin lukio	1	1	Kontiolahden lukio	1	2
Kajaanin lukion aikuislinja	2	1	Korsholms gymnasium	2	3
Kalajoen lukio	1	1	Kosken lukio	3	3
Kalevan lukio	3	2	Kotka svenska samskola	0	1
Kallaveden lukio	2	1	Kotkan aikuislukio	1	0
Kallion lukio	2	2	Kotkan lyseon lukio	1	1
Kangasalan lukio	1	2	Koulutuskeskus Salpaus, Salpauksen lukio	2	3
Kangasniemen lukio	0	3	Kouvolan iltalukio	0	0
Kankaanpään Yhteislyseo	2	3	Kouvolan yhteiskoulun lukio	3	2
Kannaksen lukio	1	1	Kouvolan Yhteislyseo	1	1
Kannuksen lukio	1	0	Kristiinankaupungin lukio	0	0
Karhulan lukio	1	3	Kristinestads gymnasium	3	1
Karis-Billnäs gymnasium	3	2	Kronoby gymnasium	2	3
Karjaan lukio	0	0	Kuhmoisten yhtenäiskoulun lukio	0	1
Karkkilan lukio	0	3	Kuhmon yhteislukio	1	1
Karkun evankelinen opisto	0	0	Kulosaaren yhteiskoulu	3	2
Karleby svenska gymnasium	1	2	Kuninkaantien lukio	3	3

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Karstulan lukio	2	3	Kuopion aikuislukio	1	3
Karttulan lukio	3	1	Kuopion klassillinen lukio	3	3
Kastellin lukio	2	0	Kuopion Lyseon lukio	3	2
Katedralskolan i Åbo	3	2	Kuopion taidelukio Lumit	0	0
Kauhajoen lukio	3	3	Kuopion Yhteiskoulun Musiikkilukio	3	2
Kauhavan lukio	2	3	Kuortaneen lukio	2	1
Kauniaisten lukio	2	3	Kurikan lukio	3	0
Kaurialan lukio	3	3	Kuusamon lukio	3	2
Kaustisen musiikkilukio	2	1	Kuusankosken lukio	3	3
Kemijärven lukio	0	1	Kyrkslätts gymnasium	0	0
Kemin lyseon lukio	1	1	Kyrönmaan lukio	3	0
Keminmaan lukio	0	1	Kärkölän lukio	2	1
Kempeleen lukio	3	2	Kärsämäen lukio	3	3
Keravan lukio ja aikuislukio	2	2	Laanilan lukio	1	1
Keravan lukio ja aikuislukio, aikuisten koulutus	0	0	Lahden lyseo	3	1
Kerimäen lukio	1	3	Lahden Rudolf Steiner -koulu	0	1
Kerttulin lukio	3	3	Lahden yhteiskoulun aikuislukio	2	3
Keuruun lukio	1	2	Lahden yhteiskoulun lukio	3	3
Kiimingin lukio	1	2	Laihian lukio	1	0
Kimitoöns gymnasium	0	1	Laitilan lukio	3	3
Kimpisen lukio	1	2	Lammin lukio	1	2
Kimpisen lukion aikuislinja	2	0	Lapinlahden Lukio ja Kuvataidelukio	2	2
Kinnulan lukio	0	0	Lappajärven lukio	0	1
Kiteen lukio	1	1	Lappeenrannan lyseon lukio	2	2
Kittilän lukio	2	2	Lapuan lukio	2	3
Laukaan lukio	1	2	Nummi-Pusulan lukio	0	2
Lauttakylän lukio	2	0	Nurmeksen lukio	1	2
Lauttakylän lukion aikuislinja	3	-	Nurmijärven yhteiskoulun lukio	3	2
Lauttasaaren yhteiskoulu	1	0	Nurmon lukio	1	3
Lavian yhtenäiskoulu	2	1	Närpes gymnasium	0	3
Lempäälän lukio	2	3	Olarin lukio	3	3
Leppävaaran lukio	0	2	Oriveden lukio	2	2
Leppävirran lukio	2	3	Oriveden opisto	2	0
Liedon lukio	3	1	Otavan opisto	0	-
Lieksan lukio	1	2	Oulaisten lukio	3	3
Limingan lukio	2	2	Oulun aikuislukio	0	0
Linnankosken lukio	0	1	Oulun lyseon lukio	3	3
Linnankosken lukio, aikuislinja	1	1	Oulun normaalikoulu	3	2
Lohjan lukion aikuislinja	1	3	Oulun suomalaisen yhteiskoulun lukio	3	3

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Lohjan yhteislyseon lukio	2	1	Oulunkylän yhteiskoulu	3	3
Loimaan lukio	3	2	Oulunsalon lukio	0	1
Lopen lukio	1	1	Ounasvaaran lukio	3	3
Lovisa Gymnasium	1	3	Outokummun lukio	2	1
Lucina Hagmanin lukio	1	3	Padasjoen lukio	2	3
Lumon lukio	0	0	Paimion lukio	2	2
Luostarivuoren lukio	3	3	Paltamon lukio	1	1
Lyseonpuiston lukio	1	2	Paraisten lukio	0	0
Länsi-Porin lukio	0	0	Pargas svenska gymnasium	2	0
Madetojan musiikkilukio	2	2	Parikkalan lukio	0	0
Martinlaakson lukio	3	2	Parkanon lukio	3	2
Mattlidens gymnasium	3	2	Parolan lukio	3	3
Maunulan yhteiskoulu ja Helsingin matematiikkalukio	1	1	Pateniemen lukio	0	0
Meri-Porin lukio	0	1	Pedersöre gymnasium	3	2
Merikarvian lukio	2	0	Pellon lukio	1	2
Merikosken lukio	0	0	Perhon lukio	1	1
Mikkelin etä- ja aikuislukio	2	0	Perniön lukio	3	0
Mikkelin lukio	2	3	Petäjäveden lukio	1	1
Mouhijärven lukio	0	1	Pieksämäen lukio	1	1
Muhoksen lukio	3	3	Pielaveden lukio	1	1
Munkkiniemen yhteiskoulun lukio	3	3	Pietarsaaren lukio	1	3
Muonion lukio	3	0	Pihtiputaan lukio	2	1
Muuramen lukio	3	2	Pirkanmaan aikuislukio	0	-
Muurolan lukio	0	0	Pirkkalan yhteislukio	1	2
Myllyharjun lukio	0	0	Pohjois-Haagan yhteiskoulu	3	1
Mynämäen lukio	3	3	Pohjois-Tapiolan lukio	3	2
Mäkelänrinteen lukio	3	3	Polvijärven lukio	1	0
Mäntsälän lukio	3	2	Pomarkun lukio	1	3
Mäntyharjun lukio	1	0	Porin aikuislukio	1	2
Mäntän lukio	2	2	Porin lyseon lukio	2	1
Naantalin lukio	3	1	Porin suomalaisen yhteislyseon lukio	3	3
Nakkilan lukio	0	2	Porkkalan lukio	1	3
Nilsiän lukio	1	0	Porkkalan lukion aikuislinja	0	0
Nivalan lukio	1	2	Porlammin lukio	0	0
Nokian lukio	0	1	Portaanpään kristillinen kansanopisto	3	0
Nousiaisten lukio	3	3	Posion lukio	2	1
Pudasjärven lukio	3	3	Someron lukio	3	2
Punkaharjun lukio	3	3	Sonkajärven lukio	2	2
Punkalaitumen lukio	2	1	Sotkamon lukio	1	2

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Puolalanmäen lukio	3	3	Sotungin lukio	2	2
Puolangan lukio	0	0	Sotungin lukion aikuislinja	1	0
Pyhäjoen lukio	1	0	Sulkavan lukio	0	1
Pyhäjärven lukio	1	2	Suomalais-venäläinen koulu	0	0
Pyhäselän lukio	1	2	Suomen kristillinen yhteiskoulu	0	0
Pälkäneen lukio	1	0	Suomussalmen lukio	1	2
Raahen lukio	1	3	Suonenjoen lukio	0	1
Raision lukio	3	2	Svenska privatskolan i Uleåborg	0	0
Rajamäen lukio	2	1	Svenska samskolan i Tammerfors	3	2
Rantasalmen lukio	0	2	Sysmän Yhteiskoulun lukio	3	3
Ranuan lukio	0	1	Säkylän seudun lukio	3	2
Raudaskylän kristillinen opisto	0	-	Taavetin lukio	0	3
Rauman Lyseon lukio	1	1	Taivalkosken lukio	3	3
Rauman Lyseon lukion iltalinja	0	0	Tammerkosken lukio	2	1
Rautalammin lukio	0	0	Tampereen aikuislukio	1	0
Rautavaaran lukio	3	1	Tampereen klassillinen lukio	3	3
Rautjärven lukio	2	1	Tampereen lyseon lukio	3	3
Reisjärven lukio	2	0	Tampereen Rudolf Steiner -koulu	0	3
Ressun lukio	3	3	Tampereen teknillinen lukio	0	0
Riihimäen aikuislukio	0	3	Tampereen yhteiskoulun lukio	3	3
Riihimäen lukio	2	2	Tampereen yliopiston normaalikoulu	1	3
Ristiinan yhtenäiskoulu ja lukio	0	1	Tapiolan lukio	3	3
Rovaniemen aikuislukio	1	1	Tervolan lukio	1	1
Rudolf Steiner skolan i Helsingfors	0	0	Teuvan lukio	0	0
Ruoveden yhteiskoulun lukio	0	0	Tiirismaan lukio	2	1
Saarijärven lukio	1	2	Tikkurilan lukio	2	2
Sallan lukio	0	1	Tohmajärven lukio	1	0
Salon aikuislukio	1	-	Toholammin lukio	1	0
Salon lukio	3	2	Topeliusgymnasiet i Nykarleby	1	2
Sammon keskuslukio	3	3	Tornion yhteislyseon lukio	2	1
Savitaipaleen lukio	3	3	Turun iltalukio	0	0
Savonlinnan aikuislukio	0	0	Turun klassillinen lukio	3	3
Savonlinnan lyseon lukio	1	1	Turun lyseon lukio	1	2
Savonlinnan taidelukio	2	1	Turun normaalikoulu	1	3
Savukosken lukio	1	2	Turun Suomalaisen Yhteiskoulun lukio	3	2
Schildtin lukio	2	2	Tuusniemen lukio	0	0
Seinäjoen lukio	1	2	Tuusulan lukio	0	1
Seinäjoen lukion aikuislinja	2	1	Tölö gymnasium	1	1
Sibbo gymnasium	3	0	Töölön yhteiskoulun aikuislukio	0	0

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Sibelius-lukio	3	2	Töölön yhteiskoulun lukio	3	1
Sievin lukio	3	3	Ulvilan lukio	2	2
Siikajoen lukio	0	1	Utajärven lukio	2	0
Siikalatvan lukio	2	1	Utsjoen saamelaislukio	3	0
Siilinjärven lukio	2	3	Uudenkaupungin lukio	2	1
Simon lukio	2	3	Vaalan lukio	3	0
Sipoon lukio	1	1	Vaasan lyseon lukio	1	1
Sodankylän lukio	3	3	Vaasan lyseon lukion aikuislinja	3	-
Valkeakosken Tietotien aikuislukio	2	0	Viitasaaren lukio	2	0
Valkeakosken Tietotien lukio	2	3	Vimpelin lukio	1	0
Valkealan lukio	1	1	Virkby gymnasium	0	3
Valtimon lukio	2	0	Virolahden lukio	0	0
Vammalan lukio	2	3	Virtain lukio	1	1
Vantaan aikuislukio	0	0	Vuosaaren lukio	0	0
Varkauden lukio	2	2	Väinö Linnan lukio	2	0
Varkauden lukion aikuislinja	0	3	Vääksyn Yhteiskoulu	2	2
Vasa gymnasium	1	3	Vörå samgymnasium	2	2
Vasa svenska aftonläroverk	0	0	Yhtenäiskoulun lukio	1	0
Vasa övningsskola	3	3	Ylistaron lukio	0	2
Vaskivuoren lukio	2	2	Ylitornion yhteiskoulun lukio	1	1
Vesannon yhtenäiskoulun lukio	0	0	Ylivieskan lukio	3	1
Vetelin lukio	2	1	Ylöjärven lukio	2	2
Vieremän lukio	2	0	Ålands lyceum	3	3
Vihannin lukio	3	1	Äetsän Sarkia-lukio	3	3
Vihdin lukio	2	2	Ähtärin lukio	2	3
Viherlaakson lukio	2	2	Äänekosken lukio	2	1

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon